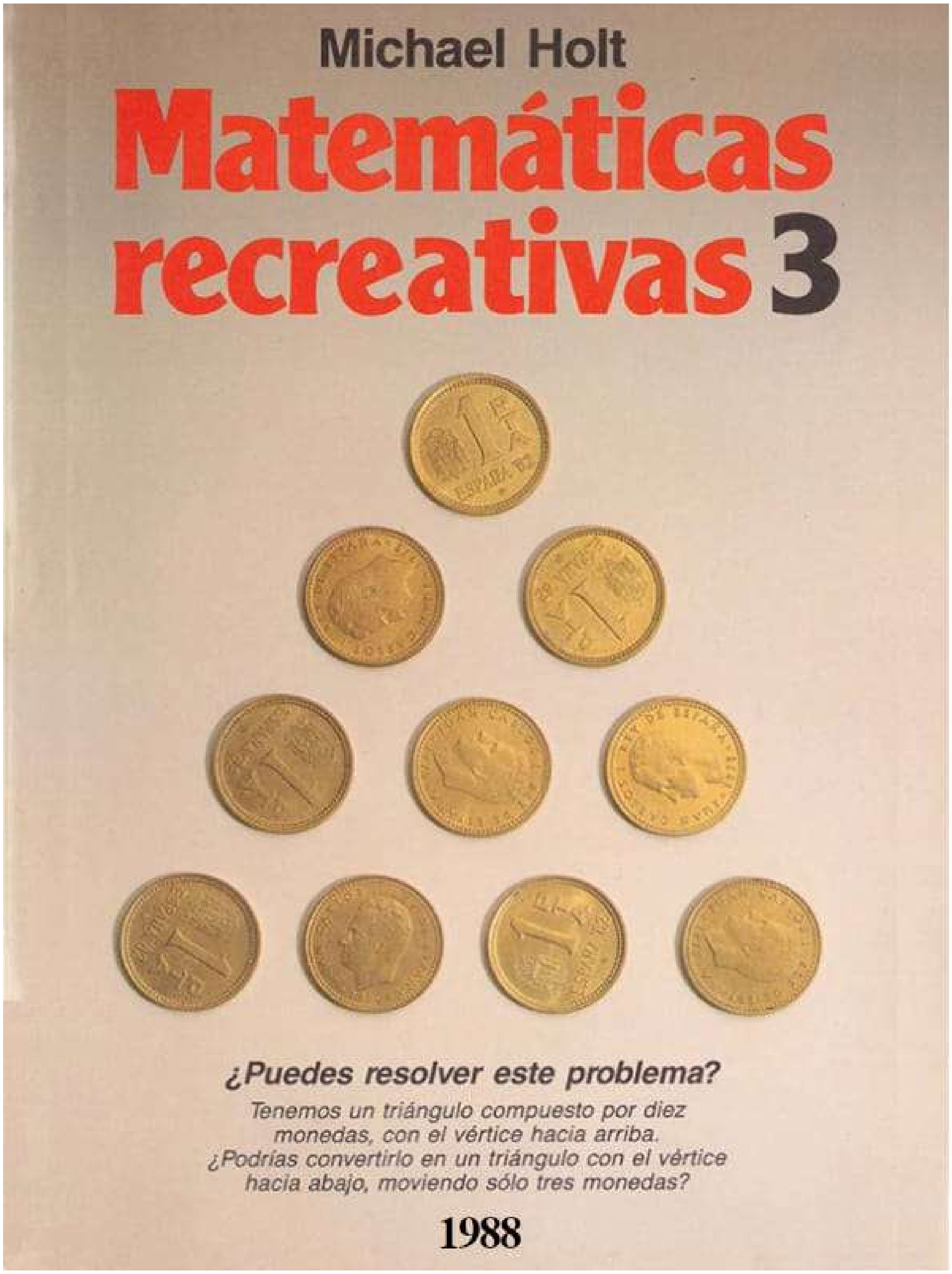

Michael Holt
Matemáticas recreativas 3
¿Puedes resolver este problema?
Tenemos un triángulo compuesto por diez monedas, con el vértice hacia arriba.
¿Podrías convertirlo en un triángulo con el vértice hacia abajo, moviendo sólo tres monedas?
1988

Reseña

En este libro de pasatiempos y juegos matemáticos he incluido rompecabezas para que te diviertas con ellos y acaso también para que te instruyas un poco. La mayoría de estos pasatiempos no necesitan para resolverlos más que efectuar algunos cálculos con lápiz y papel, aunque, como es natural, no viene mal tratar de resolverlos mentalmente. Añadiré que ninguno de ellos precisa de dotes especiales. Basta con un poco de paciencia y una pizca de sentido común.

Índice

Introducción

En este libro de pasatiempos y juegos matemáticos he incluido rompecabezas para que te diviertas con ellos y acaso también para que te instruyas un poco. La mayoría de estos pasatiempos no necesitan para resolverlos más que efectuar algunos cálculos con lápiz y papel, aunque, como es natural, no viene mal tratar de resolverlos mentalmente. Añadiré que ninguno de ellos precisa de dotes especiales. Basta con un poco de paciencia y una pizca de sentido común.

He añadido además ejemplos de la mayoría de los pasatiempos más conocidos, desde el clásico cruce de ríos hasta las absurdas invenciones de Lewis Carroll. Lo mismo que en el caso de mi anterior libro de pasatiempos matemáticos, debo mucho en éste a dos grandes especialistas, el americano Sam Loyd y su rival inglés Henry Dudeney.

No obstante, pertenezcan al tipo que pertenezcan, para su resolución no se necesitan conocimientos particulares. De hecho, requieren simplemente algunas dotes de deducción, un trabajo de lógica detectivesca.

Este libro termina con una serie de juegos matemáticos. Uno de los más sencillos, el «mancala», data de tiempos muy remotos, aunque se sigue jugando hoy en día en las aldeas africanas. Lo he visto jugar personalmente en Kenia. El llamado «sipu», igualmente sencillo, procede de Sudán. Ambos presentan sutilezas intrigantes, que descubrirás a medida que vayas jugando. He incluido asimismo una selección diversa de juegos de competición. Algunos de ellos están tomados del excelente libro de Boris A. Kordemsky, *Moscow Puzzles: Three Hundred Fifty-Nine Mathematical Recreations.* Sin embargo, el más original de todos, la división de un área triangular en tres, me lo enseñó un estudiante japonés, que lo jugaba con unos chiquillos en el campo de juegos de un parque de Londres.

Unas palabras sobre la solución de los problemas difíciles. Como ya dije anteriormente, si te atascas, no renuncies y te apresures a mirar la solución. Con eso no lograrás más que estropearte la diversión. Por regla general, doy generosas pistas que te pondrán en el buen camino. Si dichas pistas no te ayudan, deja de momento el problema. Tal vez más tarde se te ocurra una nueva línea de ataque. Intenta resolver un pasatiempo más fácil, aunque similar a aquel en el que te has atascado. Otro sistema consiste en conjeturar soluciones, para ver cuál de ellas tiene sentido. Con un poco de suerte, darás con la respuesta buena. De todos modos, convengo en que resolver los pasatiempos por chiripa no resulta tan satisfactorio como conseguirlo mediante un razonamiento paso a paso.

Si verdaderamente te ves en la imposibilidad de solucionarlo, mira la respuesta, pero, al principio, limítate a echar una ojeada a las primeras líneas. Quizá te proporcionen la pista que necesitas, sin que te aclaren todo el problema. Como observarás, se incluyen explicaciones muy completas para los problemas más difíciles o para aquellos que necesitan resolverse en varios pasos, es decir, para aquellos demasiado desconcertantes para comprenderlos a partir simplemente de la solución, sin añadir ninguna indicación de cómo se llegó a ella.

No obstante, resuelve los pasatiempos y elige los juegos a tu capricho. Espero que te diviertas mucho con ellos.

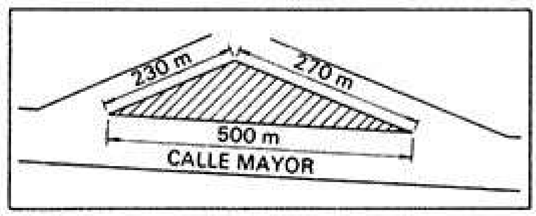
Michael Holt

Capítulo 1
Formas planas y sólidas

Todos estos pasatiempos se refieren a formas planas dibujadas sobre papel o a formas sólidas. Precisan muy pocos conocimientos de geometría y pueden resolverse por simple sentido común o con un poco de experimentación. Algunos, por ejemplo, consisten en doblar papel. El camino más fácil para resolverlos consiste en tomar una hoja de papel, doblarla y cortarla. Otros exigen un poco de imaginación. Hay que visualizar un cubo o ver si coinciden ciertas formas sólidas en apariencia dispares. Uno o dos de ellos parecen exigir, a primera vista, conocimientos profundos de geometría. Cuando te ocurra eso, míralo más a fondo. Tal vez tenga una solución sencillísima. Sólo uno de los pasatiempos es *casi* un truco. Para la mayor parte de ellos basta con disponer de otro modo las formas o con recortarlas sobre papel.

§ 1. La venta de solares

La Agencia Inmobiliaria Universal, los corredores de fincas más astutos del Oeste de los Estados Unidos, pusieron a la venta un pequeño solar triangular, situado en la calle Mayor de la parte más cara del área comercial correspondiente a la zona residencial de una ciudad americana. El espabilado agente de la Universal hizo publicar el anuncio siguiente en el periódico local:



SE VENDE MAGNÍFICO LOTE DE TERRENO IDEAL PARA ALMACENES U OFICINAS

Subasta el 1 de abril

¿Por qué crees que no se presentaron compradores?

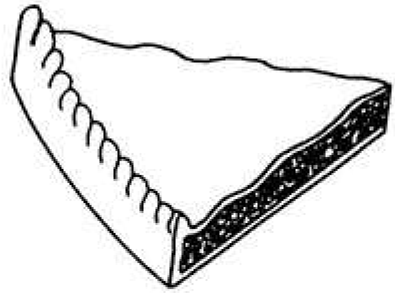
Solución 1

La suma de los lados más cortos del lote triangular es igual a la longitud del lado más largo: 230 + 270 = 500.

Por consiguiente, el solar forma una línea recta y no cubre ningún terreno.

§ 2. Los tres trozos de tarta

¿Se puede cortar este trozo triangular de tarta de manzana en tres partes iguales, todas de la misma forma y tamaño? La solución es fácil. Empieza por separar el borde con un corte recto y prescinde de él.

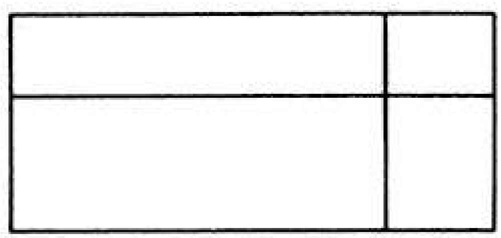


Solución 2

Localiza el centro del triángulo, ya sin borde, y traza una línea desde él a cada una de las esquinas del trozo de pastel. O bien, mide el ángulo del trozo y divídelo por tres

§ 3. ¿Cuántos rectángulos?

¿Cuántos rectángulos hay en la figura siguiente?

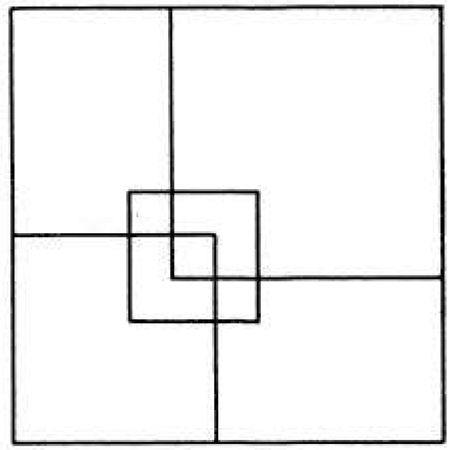


Solución 3

Nueve

§ 4. Los cuadrados

¿Cuántos cuadrados puedes señalar en el grabado? Recuerda que algunos de ellos forman parte de otros cuadrados mayores.

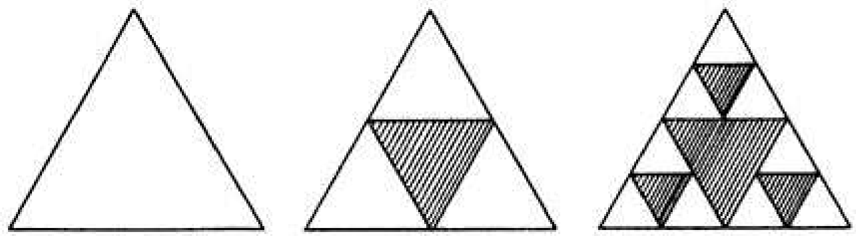


Solución 4

Siete cuadrados.

§ 5. El triángulo triplicado

Copia el triángulo en blanco del grabado. Divídelo en triángulos más pequeños dibujando un triángulo sombreado en el centro. Con ello, tendrás un total de cuatro triángulos. Dibuja a continuación otros triángulos sombreados en cada uno de los que quedan en blanco, obteniendo así trece triángulos. Repite una vez más el proceso. ¿Cuántos triángulos sombreados y cuántos triángulos en blanco quedarán al final? ¿Has descubierto la pauta que siguen ambos números de triángulos? ¿Cuántos triángulos resultarán de las divisiones posteriores, sin necesidad de dibujarlos?



Solución 5

Contando los triángulos pequeños de cada lado, se obtienen tres veces 13. A esto hay que sumarle el triángulo negro del centro, o sea, un total de 40. De manera que en las sucesivas divisiones serían: 1,4, 13, 40 triángulos. Observa la pauta que sigue la diferencia entre los números adyacentes (4 – 1 = 3; 13 – 4 = 9; 40 – 13 = 27). Cada diferencia es igual a la anterior multiplicada por tres, cosa muy lógica tratándose de triángulos.

§ 6. Los cuatro arbustos

¿Podrías plantar cuatro arbustos de manera que hubiese la misma distancia entre todos ellos? ¿Cómo lo harías?

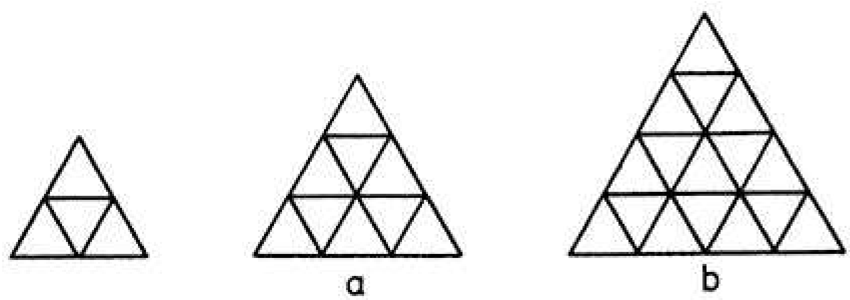
INDICACIÓN: La forma cuadrada no sirve, ya que en ese caso habría más distancia entre los situados en diagonal que entre los situados formando lado.

Solución 6

Planta tres de los arbustos en los ángulos de un triángulo equilátero; el cuarto hay que plantarlo en lo alto de un pequeño montículo, situado en el centro del triángulo, de manera que los cuatro arbustos queden en los ángulos de un *tetraedro* (pirámide triangular). Véase la solución de «91 Cuarteto de triángulos».

§ 7. El triángulo bromista

Resulta fácil descubrir los cinco triángulos en el triángulo de la izquierda. ¿Pero cuántos hay en el triángulo *a* y en el triángulo *b*?



Solución 7

a = 13;

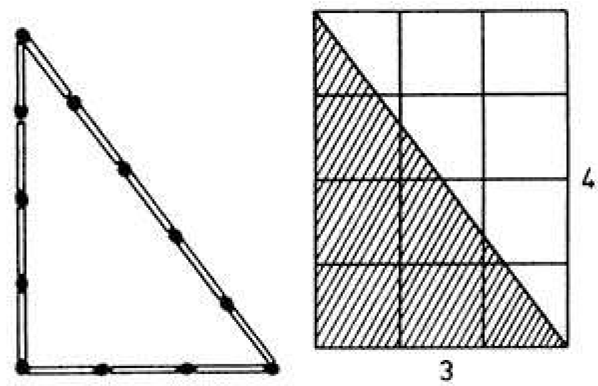
b = 27.

§ 8. El truco del triángulo

Recorta un triángulo de papel cuyos lados están en la proporción 3, 4, 5. O bien coloca doce cerillas formando un triángulo de tres por cuatro y por cinco (3 + 4 + 5 = 12).

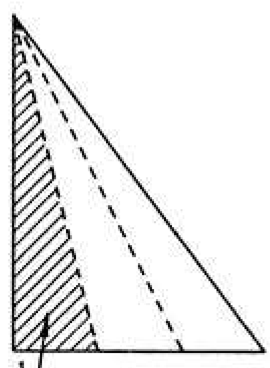
Quienes conozcan el teorema de Pitágoras sabrán que un triángulo semejante será forzosamente recto. Los constructores de las pirámides egipcias utilizaban cuerdas con nudos en los puntos 3, 4 y 5. Le llamaban tensores de cuerda. El área de dicho triángulo es igual a (3 × 4)/2. Si no conoces la fórmula del área de un triángulo, piensa que equivale a la mitad de un rectángulo de tres por cuatro.

El problema consiste en lo siguiente:



Utilizando el trozo de papel (o las doce cerillas), demostrar que un tercio de 6 = 2.

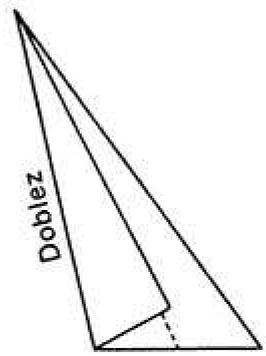
INDICACIÓN: Se trata de un problema para adultos, *verdaderamente* difícil. Imagina el triángulo dividido en tres de la manera siguiente. Si utilizas papel, dóblalo por la línea de puntos.



1/3 del área del triángulo

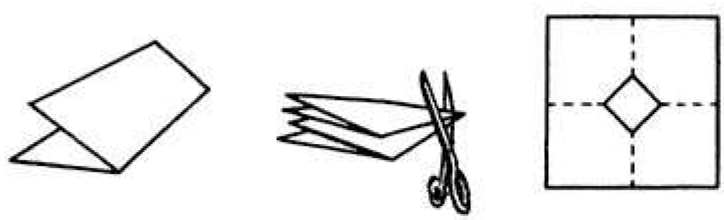
Solución 8

Dobla el papel en la forma que muestra el grabado. El trozo doblado (su parte de abajo queda ahora a la vista) ocultará un tercio de la superficie superior del triángulo, en el área que permanece sobre la mesa. Por lo tanto, quedan sólo dos tercios del triángulo original boca arriba. De este modo, habrás restado un tercio de los dos tercios, dejando un tercio del área original. Por consiguiente, se ve únicamente un tercio del triángulo original.



§ 9. Doblar y cortar

Dobla una hoja de papel por la mitad. Vuelve a doblarla en el sentido opuesto. Corta el ángulo como muestra el grabado. Abre la hoja doblada y comprobarás que hay un agujero en el centro.



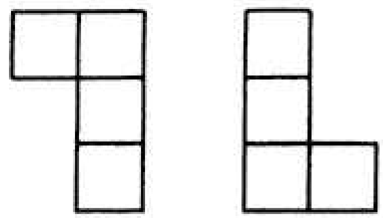
Conjetura ahora qué sucedería si doblases el papel tres veces y cortases el ángulo. ¿Cuántos agujeros habría?

Solución 9

Dos agujeros.

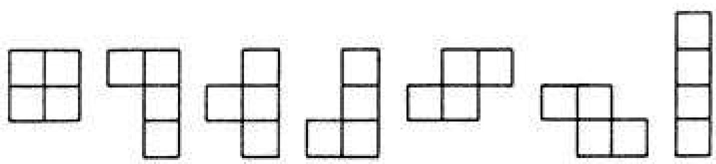
§ 10. La danza de los cuatro cuadrados

¿De cuántas formas se pueden unir cuatro cuadrados por los lados? El grabado muestra una de ellas. No han de tomarse en cuenta las mismas formas en distinta posición, como la que aparece a la derecha del grabado, que es exactamente igual a la de la izquierda. Cuenta sólo las formas diferentes.



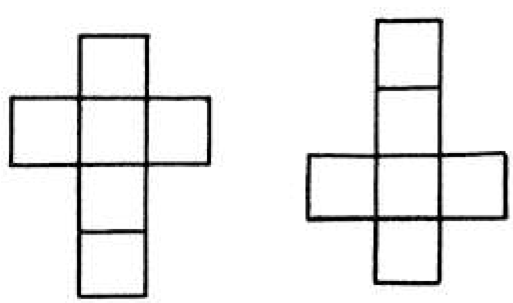
Solución 10

De siete maneras diferentes



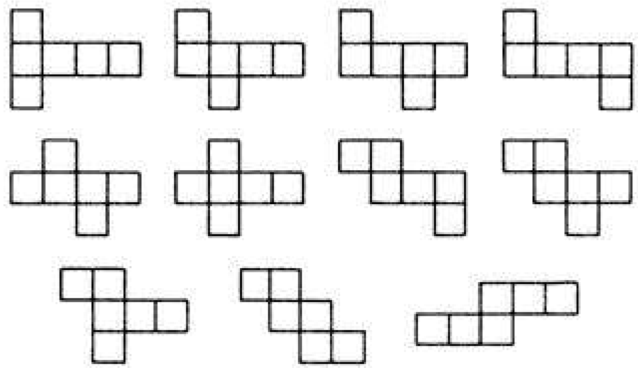
§ 11. Desarrollo de un cubo

Cada forma se compone en este caso de seis cuadrados unidos por los lados. Dibuja una, recórtala y dóblala para formar un cubo. Los matemáticos llaman a esto un desarrollo. ¿Cuántos desarrollos de un cubo se te ocurren? Cuenta sólo los que sean *distintos.* Por ejemplo, el segundo desarrollo del grabado es igual al primero dado la vuelta.



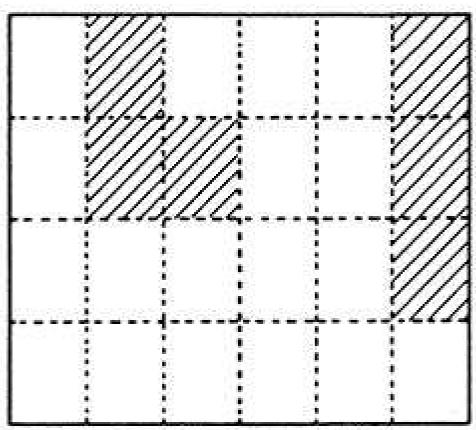
Solución 11

Hay once formas de desarrollar un cubo. Las seis primeras resultan quizá demasiado obvias, pero tal vez no se te hayan ocurrido las otras cinco.



§ 12. Retirada de sellos

Un filatélico tiene en una hoja de su álbum 24 sellos, como figura en el grabado. Quiere retirar de esa hoja 3 sellos, pero tienen que estar los tres juntos. ¿Puedes encontrar seis modos distintos de hacerlo? Las partes sombreadas muestran dos de esos modos.

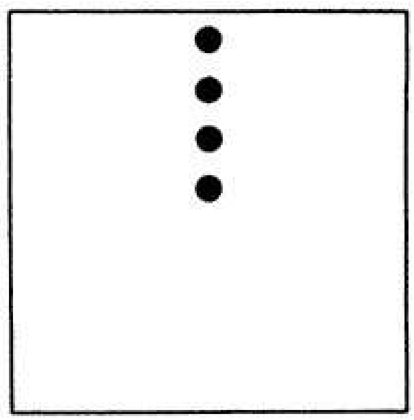


Solución 12

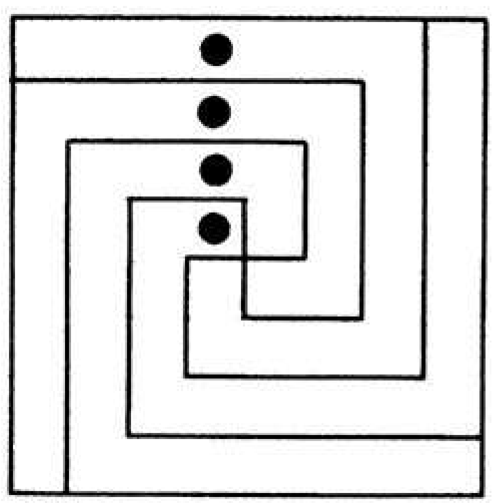
Los otros modos son: tres sellos unidos lado a lado y formando una flecha, y otras tres formas en L, es decir, ┐, ┌ y ┘.

§ 13. Los cuatro robles

Un campesino posee un campo cuadrado en el que hay cuatro robles, situados cada uno a la misma distancia que el anterior y formando una línea desde el centro del cuadrado a la mitad de uno de los lados. En su testamento, lega el campo a sus cuatro hijos, dividido en cuatro partes iguales, «cada una con un roble». ¿Cómo dividirán los hijos el campo?

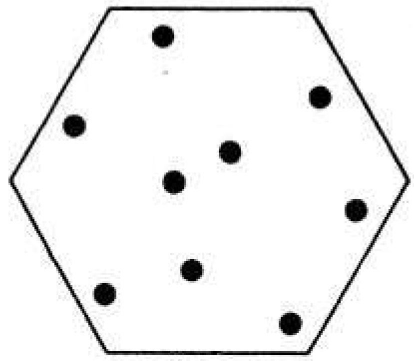


Solución 13

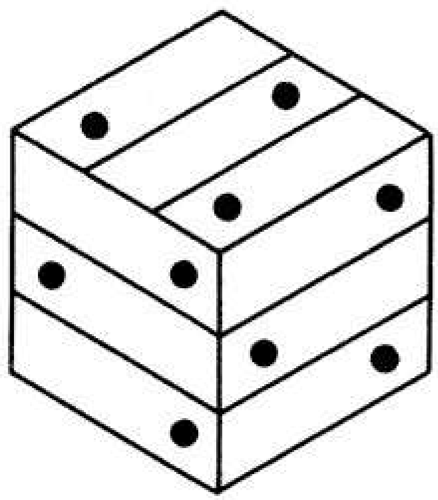


§ 14. Los puntos enmarcados

Copia el hexágono siguiente, en el que se han dibujado nueve puntos. ¿Te consideras capaz de trazar nueve líneas de la misma longitud, de tal modo que cada punto quede incluido en un rectángulo? Todos los rectángulos han de tener el mismo tamaño y no deben entrecruzarse.



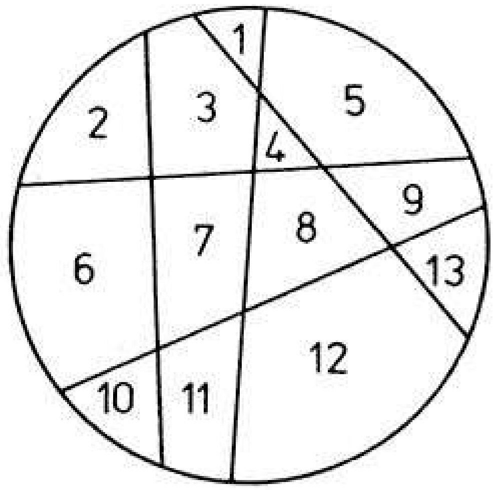
Solución 14



§ 15. El reparto del bizcocho

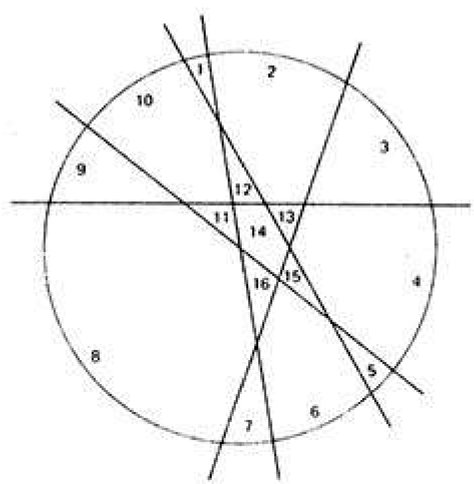
Trata de cortar el bizcocho en el mayor número posible de trozos con sólo cinco cortes rectos del cuchillo.

INDICACIÓN: Salen más trozos que los trece que muestra el ejemplo.



Solución 15

Dieciséis trozos. La regla se deduce a partir de la tabla. Evidentemente, con un corte se obtienen dos trozos. Para saber cuántos da el segundo corte, se añaden 2 más, con lo que tendremos 4.



El tercer corte dará lugar a 3 más 4, es decir, 7. El cuarto corte, 7 más 4 igual a 11. Al trazar las líneas, hay que tener cuidado de que la tercera corte a las dos anteriores, la cuarta a las tres anteriores, etcétera.

La tabla muestra el número de trozos que se consigue con cada corte.

Núm. de cortes	Núm. de trozos
0	1
1	2
2	4
3	7
4	11
5	16

§ 16. La red de carreteras

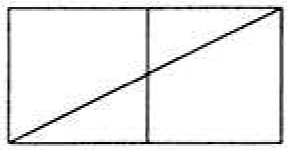
Cuatro pueblos están situados en los ángulos de un cuadrado de diez kilómetros de lado. Se necesita una red de carreteras para unir esos cuatro pueblos. ¿Cuál es la red más corta que se puede planear?

Solución 16

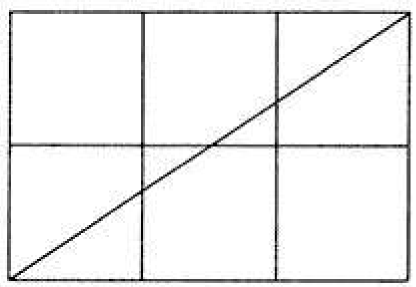
La red de carreteras más corta está formada por dos carreteras diagonales. Cada una de ellas tiene una longitud de $10 \times \sqrt{2}$ kilómetros, o sea, 14,14 kilómetros. La longitud total de carretera es igual a 28,28 kilómetros, es decir, redondeando, unos 28,3 kilómetros. La $\sqrt{2}$ proviene del teorema de Pitágoras. Según dicho teorema, en un triángulo rectángulo (si se divide un cuadrado trazando una de sus diagonales se obtienen dos triángulos rectángulos) cuyos lados más cortos (los lados del cuadrado) tienen como largo la unidad, el lado largo opuesto al ángulo recto (la diagonal) es igual $\sqrt{2}$ unidades, es decir, la raíz cuadrada de dos unidades.

§ 17. Los rectángulos obstinados

Dibuja en una hoja de papel cuadriculado un rectángulo de uno por dos cuadrados, como éste:



Une un par de ángulos opuestos del rectángulo con una línea: una diagonal. ¿Cuántos cuadrados corta dicha diagonal? Como ves, corta los dos cuadrados. Haz lo mismo con un rectángulo mayor, de dos por tres cuadrados. La diagonal cortará cuatro cuadrados.



PROBLEMA: ¿Cuántos cuadrados cortará la diagonal de un rectángulo de seis por siete cuadrados? Conjetúralo sin dibujar el rectángulo y sin contar los cuadrados. En resumen, ¿puedes encontrar alguna regla? Pon atención a referirte sólo a rectángulos, no a cuadrados. Resulta mucho más difícil descubrir la regla en lo que respecta a los cuadrados. Limítate a los rectángulos.

INDICACIÓN: Suma la longitud y la anchura de cada rectángulo. Luego averigua cuántos cuadrados corta la diagonal.

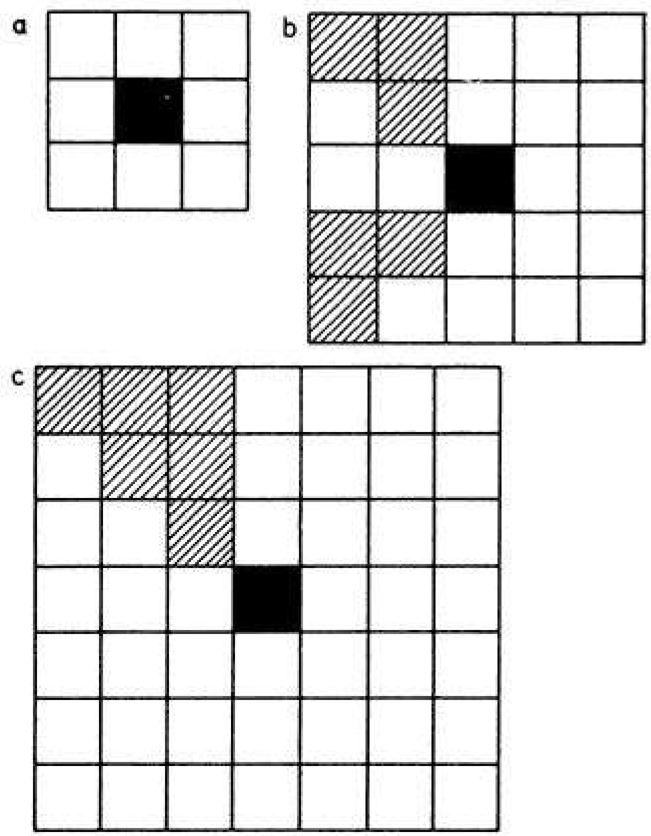
Solución 17

En un rectángulo de seis por siete, la diagonal corta 12 cuadrados. Regla: suma la longitud y la anchura del rectángulo y réstale 1.

§ 18. Uno por cada ocho

Veamos ahora una interesante pauta que se puede obtener dibujando cuadrículas con un número impar de casillas en cada lado.

Empieza por una cuadrícula de tres por tres casillas, como muestra la figura *a*. La casilla central está ennegrecida y tiene ocho cuadrados alrededor. Tenemos, pues, una casilla en el centro más otras ocho, es decir, 1 + (8 × 1) = 9 cuadrados en total. Mira ahora la cuadrícula *b:* hay una casilla central ennegrecida y varias piezas de rompecabezas en forma de escalera, compuestas por tres casillas. Copia la cuadrícula y sombrea las casillas correspondientes. ¿Cuántas piezas de rompecabezas forman la cuadrícula completa? El número de cuadrados en una cuadrícula completa será igual a ocho veces el número que forma cada pieza del rompecabezas más uno. O sea, 1 + (8 × 3) = 25. Copia la casilla *c* e intenta señalar todas las piezas del rompecabezas. Una de ellas aparece ya dibujada. Aplica después la pauta numérica para averiguar el número total de casillas: 1 + 8 piezas de rompecabezas igual a 49. Para ello, tendrás que averiguar primero el número de casillas de que consta cada una de esas piezas. ¿Puedes calcular la pauta numérica de una cuadrícula de nueve por nueve, sin necesidad de dibujar dicha cuadrícula?

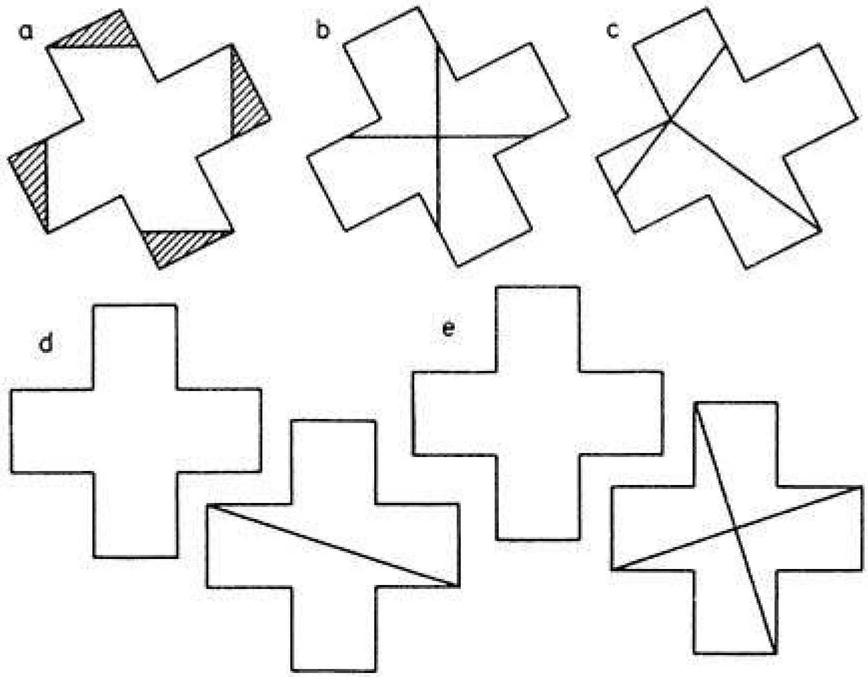


Solución 18

1 + 8 piezas = 81. Cada pieza tendrá diez casillas: 1 + (8 × 10) = 81.

§ 19. Conversión de una cruz griega en un cuadrado

Recorta varias cruces griegas en tarjetas, como las que muestran los grabados. Como puedes observar, cada una de ellas se compone de cinco cuadrados. Se te pide que cortes una cruz griega y coloques los trozos de manera que formen un cuadrado perfecto. En las figuras *a, b* y *c* aparecen ya señalados los cortes necesarios. En los dos últimos casos, *d* y *e*, se necesitan dos cruces griegas para formar un cuadrado. Intenta hacerlo. No se da la solución de este pasatiempo.



§ 20. El cuello dado la vuelta

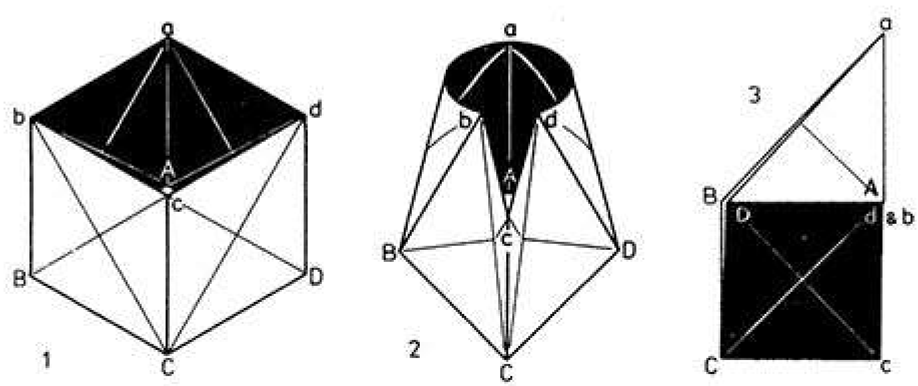
Toma una tira de papel rígido y conviértelo en un tubo de sección cuadrada. Servirá muy bien una tira de dos centímetros y medio de ancho por diez centímetros de largo —dejando una pestaña para engomarla—. Dobla los bordes y dibuja o raya las diagonales de todas las caras antes de pegar los extremos de la tira. Unas tijeras serán un buen instrumento para rayar el papel.

El quid está en darle la vuelta al tubo sin romperlo. Si no lo consigues, busca la solución en la sección correspondiente.

Solución 20

El mejor método para seguir estas instrucciones consiste en rotular las esquinas del tubo, llamando *a, b, c* y *d* a las correspondientes a la parte superior, y *A, B, C* y *D* a las de la parte inferior, como se ve en la figura 1.

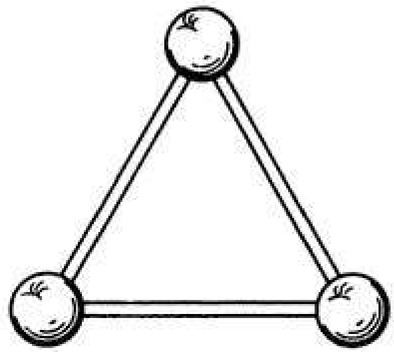
Como muestra la figura 2, empuja la esquina *c* hacia adentro, hasta que se una a la esquina *A*. Esto arrastrará hacia el interior las esquinas *b* y *d.* La parte ennegrecida de la figura 3 muestra que el cuadrado *CcdD* queda ya dado la vuelta, lo mismo que el cuadrado *CcbB.* Ahora hay que volver también la parte triangular correspondiente al borde *Aa*, lo que se hace separando las esquinas *B* y *D* y empujando hacia abajo la punta *a* del triángulo, hasta que coincida con la esquina *c,* como si se empujase la cabeza (*a*) de alguien para forzarle a meterla entre las rodillas (*B* y *D*). Abre después las esquinas *b* y *d* para darle la vuelta al «pico» *BCD* (figura 3).



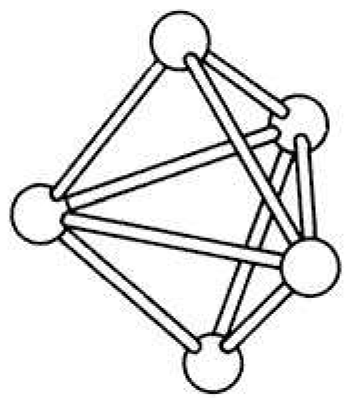
Al desdoblar el tubo, advertirás que aparece dado la vuelta. Para perfeccionar el truco, se necesita práctica. El secreto está en efectuar la operación en dos tiempos: en el primero, dejar el tubo como muestra la figura 2; en el segundo, empujar el pico «entre las rodillas».

§ 21. Refrescos para siete

El grabado muestra cómo unir tres pajitas de refresco mediante cerezas para construir un triángulo equilátero. ¿Se pueden formar siete triángulos equiláteros con nueve pajitas de refresco? Si lo prefieres, utiliza palos de cerillas y bolas de plastilina.



Solución 21

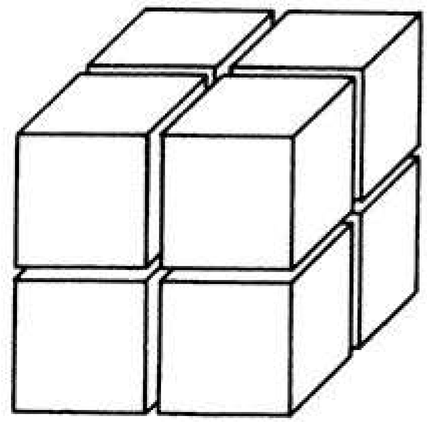


§ 22. Los cubos decorados del carpintero

Un carpintero está construyendo un juego infantil, en el que ha de pegar grabados sobre las seis caras de unos cubos de madera. De pronto, se da cuenta de que necesita el doble de la superficie de que dispone en uno de los cubos grandes. ¿Cómo dobló esa superficie sin añadir ningún otro cubo?

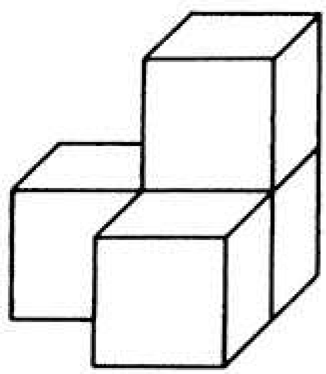
Solución 22

Cortó el cubo en ocho bloques iguales, como muestra el grabado.

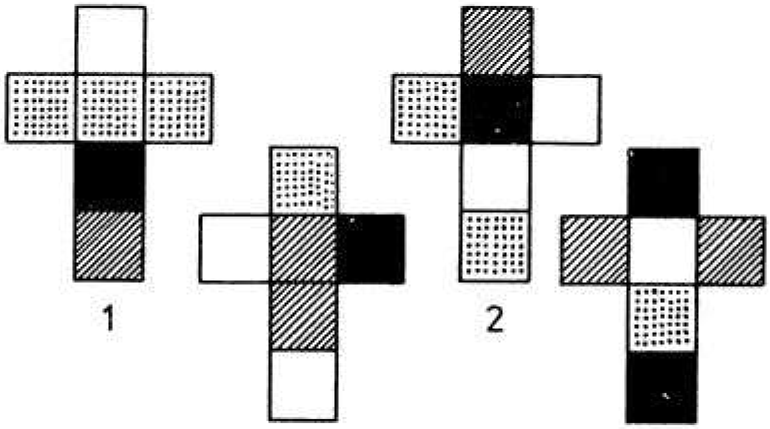


§ 23. Los bloques pintados

La parte exterior de este conjunto de bloques está pintada. ¿Cuántas caras se necesitó pintar?

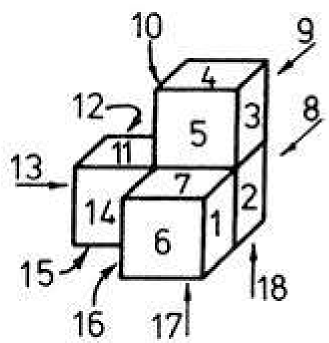


El pasatiempo consiste en colocar a lo largo cuatro cubos pintados con los mismos colores, de forma que ninguno de los lados adyacentes sean del mismo color. Puedes preparar tú mismo los cubos, basándote en los cuatro desarrollos que figuran en el grabado.



Solución 23

Como muestra el grabado, están pintadas 18 caras.



§ 24. La locura inminente

Se utilizan, pues, cuatro cubos, con las caras de cuatro colores distintos. Coloca los cuatro cubos en fila de modo que no se repita ningún color a lo largo de los cuatro lados de la fila.

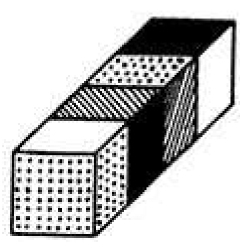
Dado que existen 40.000 posiciones de los cubos en la fila, intentar resolver este problema por el sistema de ensayo-error te conduciría probablemente a la locura.

Puedes construir los cubos tú mismo a partir de los cuatro desarrollados en forma de cruz que incluimos. Naturalmente, si lo prefieres elige el rojo, el verde, el azul y el blanco, en lugar del negro, el punteado, el sombreado y el blanco que hemos utilizado aquí.

Hay una probabilidad entre tres de colocar correctamente el primer cubo, que tiene tres caras iguales. La probabilidad de colocar correctamente los demás cubos es de una entre 24. Cada cubo descansa sobre una de sus seis caras y cada una de esas posiciones puede enfrentarse al cubo adyacente de cuatro maneras distintas, o sea, un total de 24 posiciones. Multiplica 3 × 24 × 24 × 24 y obtendrás 41.472 maneras diferentes de colocar los cubos.

Solución 24

Toma el cubo señalado con el número 1 en el grabado incluido en el planteamiento del problema. Tiene tres caras punteadas. Colócalo de manera que ninguna de esas caras quede en uno de los lados longitudinales de la fila. A continuación, toma el cubo número 2 y colócalo de forma que los cuatro colores ocupen los lados longitudinales.

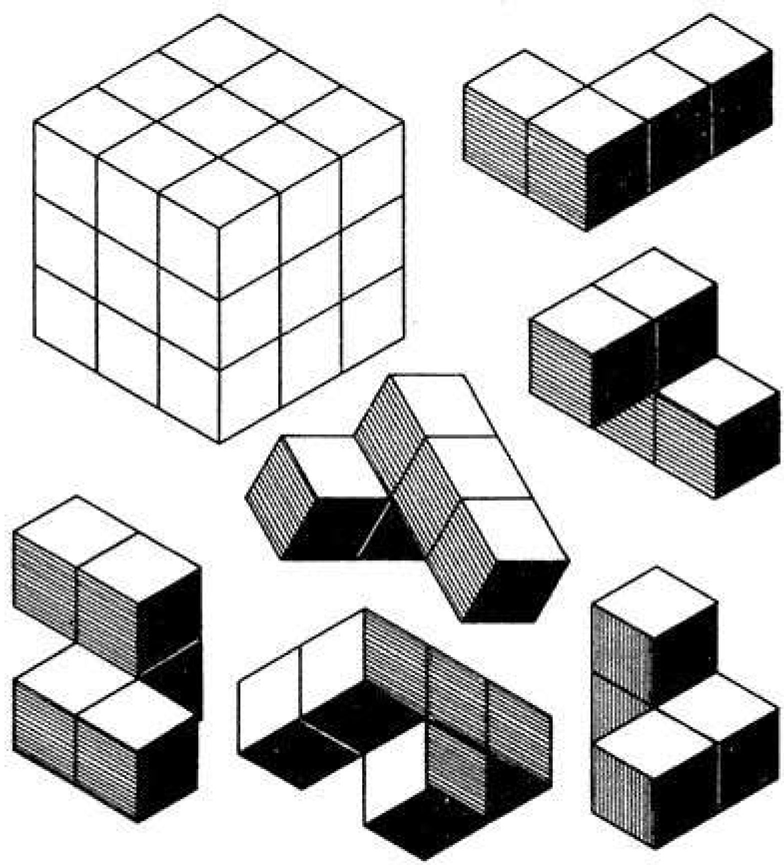


Coloca el número 3 de forma que la cara blanca quede oculta y que ambas caras sombreadas ocupen los lados longitudinales. Pon el número 4 de modo que ninguna de las caras sombreadas aparezca en los lados longitudinales de la fila. Todo lo que resta por hacer es ir dando vueltas a los cubos alrededor del eje de la fila para comprobar la solución.

§ 25. El cubo de Steinhaus

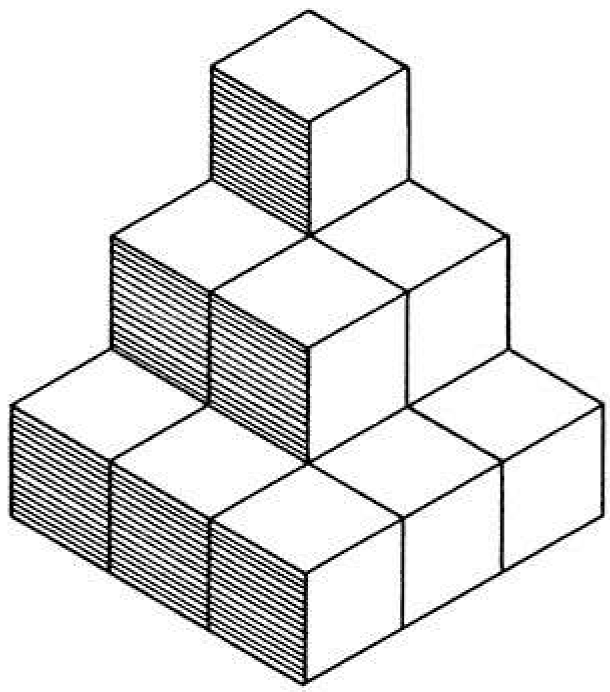
Se trata de un pasatiempo muy conocido, inventado por el matemático H. Steinhaus (se pronuncia *Stainjaus*). El problema consiste en colocar las seis piezas descabaladas del grabado para formar el gran cubo de tres por tres por tres que aparece en la parte superior izquierda. Como se ve, hay tres piezas de 4 cubos pequeños y tres piezas de 5, dando un total de 27, el número justo para construir el cubo grande.

Lo mejor para resolver el problema es construir las piezas pegando entre sí pequeños cubos de madera.



Solución 25

Empieza a construir el cubo por esta forma intermedia. Encontrarás el resto fácilmente.



§ 26. El tamaño del cubo

Platón, el filósofo griego, pensaba que el cubo era una de las formas más perfectas que existían. Por lo tanto, resulta muy posible que hubiese meditado sobre el problema siguiente: ¿cuál es el tamaño del cubo con una superficie igual (en números) a su volumen? Sin duda, lo calcularás mejor en centímetros. Naturalmente, Platón no lo hizo así.

Solución 26

La superficie total del cubo es igual a seis veces el área de una de sus caras. Supongamos que el cubo tiene una arista de x

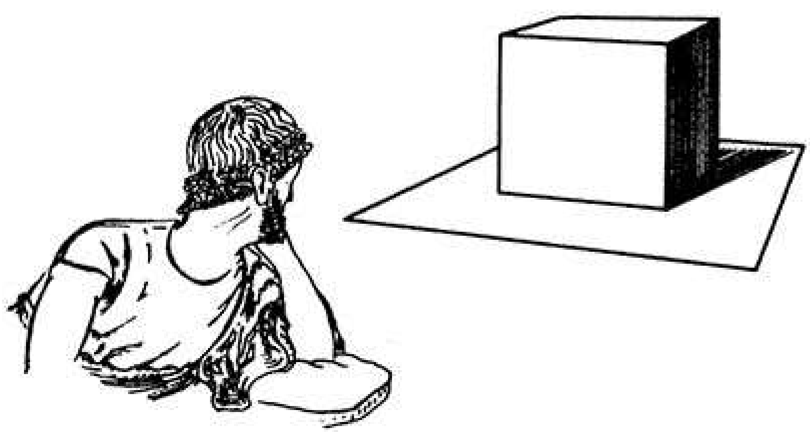
centímetros. El área de una de sus caras será x^2 centímetros cuadrados, y su superficie total, $6x^2$ centímetros cuadrados. Pero dicha superficie ha de ser igual a su volumen, $x \times x \times x = x^3$. De modo que $6x^2 = x^3$, lo que significa que $x = 6$. Por lo tanto, el cubo de que se trata tiene 6 centímetros de lado.

Si te cuesta demasiado trabajo seguir este razonamiento, parte de la ecuación $6x^2 = x^3$ y ve tanteando: $x = 1$, $x = 2$, etc.

§ 27. Los cubos de Platón

En cambio, Platón se planteó verdaderamente este problema: el grabado muestra un enorme bloque de mármol en forma de cubo. Dicho bloque se compone de un cierto número de cubos más pequeños y está colocado en medio de una plaza cuadrada, pavimentada con los mismos cubos de mármol más pequeños.

Hay exactamente tantos cubos en la plaza como en el gran bloque y todos tienen el mismo tamaño, con toda precisión. ¿Cuántos cubos tienen el gran bloque y la plaza en que éste se alza?



INDICACIÓN: Un sistema para resolverlo es el del ensayo-error. Supongamos que el gran bloque tiene una altura de tres cubos.

Habrá entonces en él 3 × 3 × 3 = 27 cubos. Pero la superficie de la plaza ha de coincidir exactamente con este número de cubos. El tamaño más próximo a dicho número sería 5 × 5 = 25, es decir, pocos. Una plaza de seis por seis cubos se alejaría por exceso de lo que buscamos. Prueba con un bloque de dos cubos de alto, luego con el de cuatro y luego con el de cinco.

Solución 27

Para resolver el problema, hay que encontrar un número que multiplicado dos veces por sí mismo dé un cuadrado exacto. Así ocurre con los números que ya son por sí mismos cuadrados exactos. El cuadrado más pequeño (prescindiendo del 1) es el 4, de manera que el gran bloque podría tener 4 × 4 × 4 = 64 cubos y se alzaría sobre un cuadrado de 8 × 8. El grabado sugiere que un lado de la plaza equivale a dos veces el lado del bloque. Por consiguiente, ésta es la respuesta correcta. Las próximas dimensiones del cubo para que se cumplan las condiciones serán 9 × 9 × 9 = 729, y las de la plaza correspondiente, 27 × 27, lo cual, teniendo en cuenta el grabado, resulta demasiado grande.

§ 28. El barril medio lleno

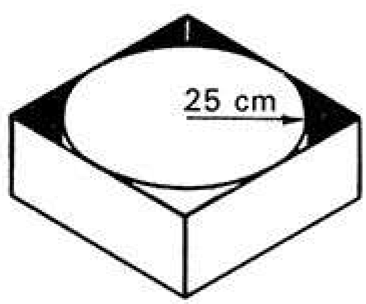
Dos campesinos están contemplando un barril lleno en parte de cerveza. Uno de ellos dice: «Está medio lleno». Pero el otro declara: «No, señor, está medio vacío». ¿Cómo podían decir, sin recurrir a una regla, una cuerda, botellas o cualquier otro sistema de medida, que estaba exactamente medio lleno y no poco más o menos medio lleno?

Solución 28

Todo lo que tuvieron que hacer fue ladear el barril apoyándolo en el borde del fondo. Supongamos que, en efecto, el barril estaba medio lleno. Cuando la cerveza esté justo a punto de derramarse, el nivel de la misma en el fondo del barril cubrirá todo el borde. Medio barril estará lleno de cerveza; la otra mitad del espacio estará llena de aire.

§ 29. El problema del bizcocho y el envase

Un bizcocho redondo ajusta perfectamente en un envase cuadrado, como se ve en la figura. El radio del bizcocho es igual a 25 cm. ¿Qué anchura de envase se necesita?



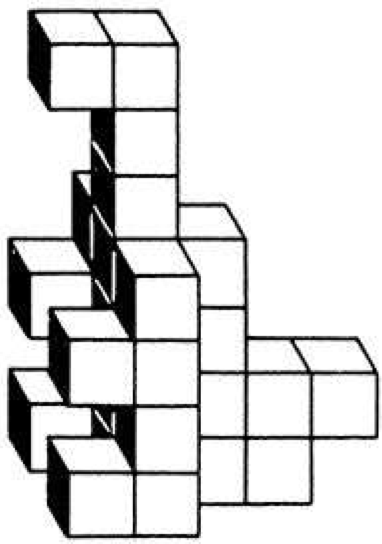
Solución 29

Un cuadrado de cincuenta centímetros, es decir, dos veces el radio.

§ 30. Los animales hechos con cubos

El grabado representa a un dinosaurio y un gorila hechos con pequeños cubos. ¿De cuántos cubos se compone cada animal? Demasiado fácil, ¿verdad? ¿Pero podrías decir el volumen de cada uno de ellos? Los cubos tienen un volumen de un centímetro cúbico.

Tampoco resulta excesivamente difícil, ¿no te parece? Muy bien, pues dime ahora la superficie de cada uno de los animales. El área de las caras de los cubos es igual a un centímetro cuadrado.



Solución 30

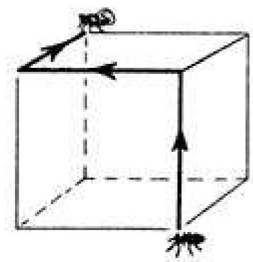
Veintisiete cubos en cada animal. Ambos tienen un volumen de veintisiete centímetros cúbicos. Áreas: el dinosaurio, diecisiete; el gorila, ochenta y seis.

§ 31. La araña y la mosca

Una araña se ha instalado en un ángulo de una gran caja. Una mosca se posa en el ángulo diametralmente opuesto. La araña ha de actuar rápidamente si quiere cazar a la mosca. ¿Cuál es el camino más corto para llegar hasta ella? Hay como mínimo cuatro de estos caminos. ¿Cuántas líneas más cortas puedes encontrar?

Solución 31

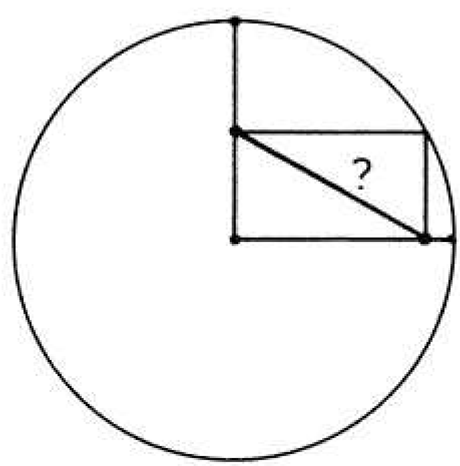
Seis son los caminos más cortos. Todos ellos pasan sólo por tres lados. En el grabado se representa uno de ellos mediante un trazo más grueso.



§ 32. La astucia de la línea oblicua

El dibujante ha trazado un rectángulo en el interior de un círculo. Aclaremos que dicho círculo tiene un diámetro de 10 centímetros. ¿Puedes decirme la longitud de la línea oblicua señalada con un signo de interrogación?

INDICACIÓN: No te compliques con el teorema de Pitágoras. En este caso si no lo conoces, tanto mejor.



Solución 32

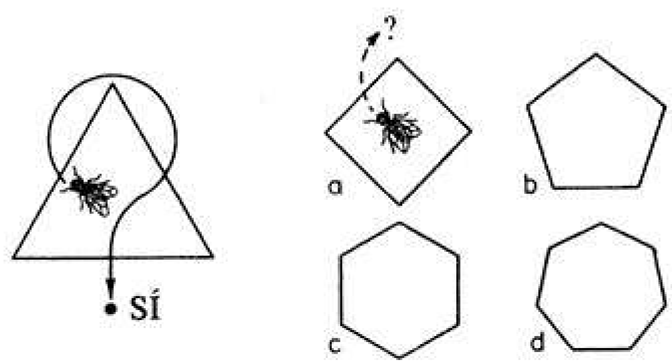
Cinco centímetros. La línea inclinada ha de tener la misma longitud que el radio, puesto que es una de las dos diagonales del rectángulo.

Capítulo 2
Itinerarios, nudos y topología

En la práctica, todos los pasatiempos incluidos en esta sección se basan en las matemáticas de la topología, en la geometría de las superficies planas. Para una descripción más a fondo de los problemas de que trata la topología, véanse «46 Los puentes de Kaliningrad». La sección comprende problemas sobre itinerarios, laberintos, nudos y la célebre cinta de Möbius.

§ 33. Recorridos de la mosca de dentro afuera

Una mosca se halla en el interior de cada una de las figuras que muestra el grabado e intenta cruzar todos los lados de las mismas una vez solamente, terminando siempre fuera de la figura. ¿En cuántas de esas figuras puede la mosca trazar un itinerario de dentro afuera? El grabado muestra que es posible en el caso del triángulo. ¿Se da aquí alguna regla?

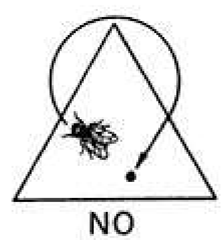


Solución 33

Puede hacerlo en el caso de las figuras que tienen un número impar de lados: el triángulo, el pentágono y la figura de siete lados (heptágono). Empezando en el interior, tiene que cruzar un número impar de lados para terminar en el exterior.

§ 34. Recorridos de la mosca de dentro a dentro

En esta ocasión la mosca empieza y termina dentro de las figuras. ¿Puede cruzar todos los lados una vez únicamente? El grabado demuestra que no en el caso del triángulo. En efecto, resulta imposible que cruce el tercer lado *y* termine en el interior. ¿Hay también alguna regla?

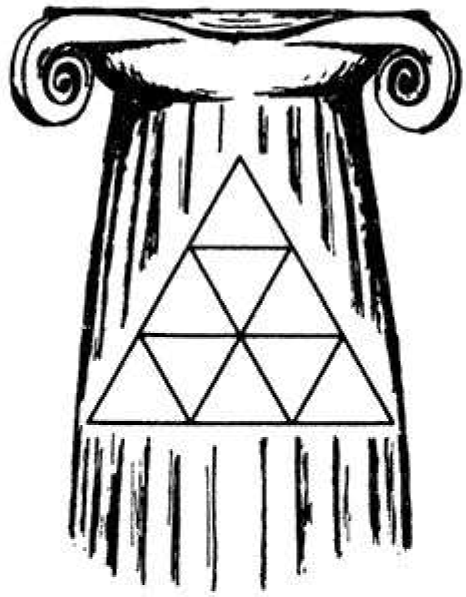


Solución 34

Puede hacerlo en el caso de las figuras que tienen un número par de lados: el cuadrado, el hexágono, etc.

§ 35. ¿El triángulo de la eternidad?

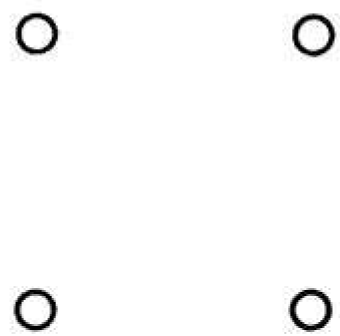
¿Te sientes capaz de dibujar este signo en un trazo ininterrumpido, sin cruzar las líneas y sin levantar el lápiz del papel? Dicho signo aparece con frecuencia en los monumentos griegos. Repítelo de nuevo en una línea ininterrumpida, pero dando el menor número posible de giros. ¿Puedes hacerlo con menos de diez giros?



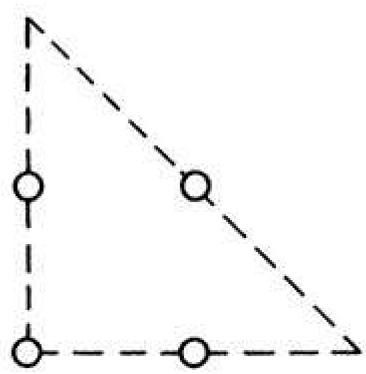
Solución 35

§ 36. Los cuatro postes

Traza tres líneas rectas que pasen por los cuatro postes del grabado, sin pasar dos veces por el mismo sitio y sin levantar el lápiz del papel. Has de terminar en el mismo punto de partida.

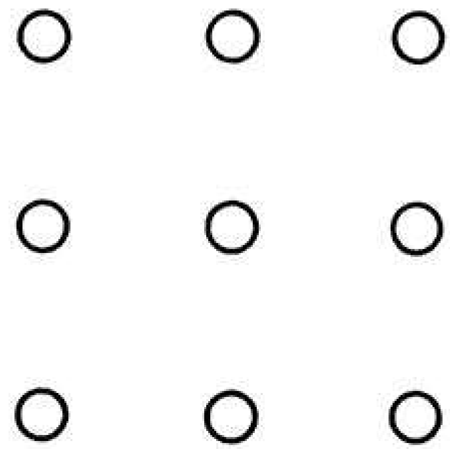


Solución 36

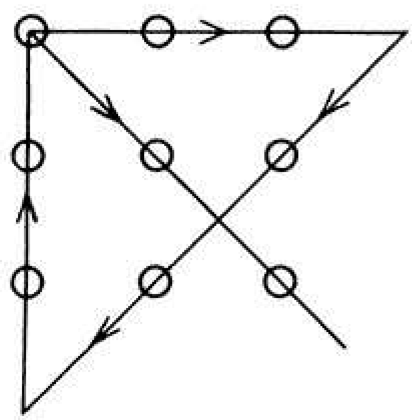


§ 37. Los nueve árboles

Encuentra cuatro líneas rectas que toquen a los nueve árboles. En este pasatiempo, no se ha de volver al punto de partida. Por lo demás, tampoco se puede. Si has resuelto el problema de «Los cuatro postes», también sabrás resolver éste.

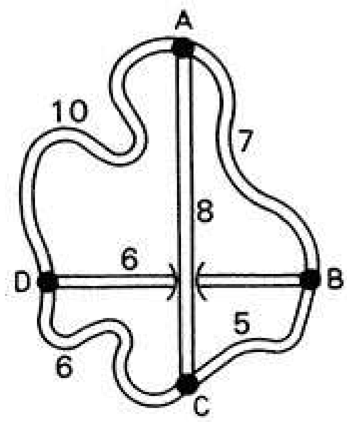


Solución 37



§ 38. El circuito del viajante

Un viajante sale de su casa, situada en Anville (*A*). Tiene que visitar los tres pueblos señalados en el esquema: Beeburg (*B*), Ceton (*C*) y Dee City (*D*). Pero quiere ahorrar toda la gasolina posible. ¿Cuál será el itinerario más corto? El mapa indica las distancias entre los distintos pueblos. Por ejemplo, *A* dista 8 km de *C; B* dista 6 km de *D.*

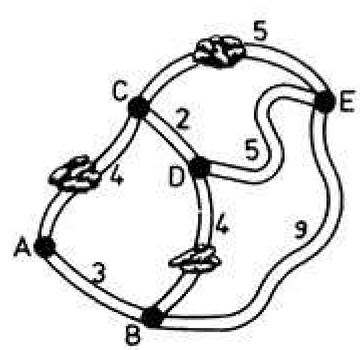


Solución 38

El camino más corto es el *ACDBA,* que recorre 8 + 6 + 6 + 7 = 27 kilómetros.

§ 39. El circuito suizo

El esquema siguiente muestra las carreteras que han de seguir los automóviles que participan en una carrera a través de los Alpes suizos, desde Anlaken (*A*) hasta Edelweiss (*E*), pasando por los puntos de control *B, C* y *D.* Como puede verse, las avalanchas han bloqueado las carreteras en tres puntos. Sólo pueden despejar dos de las carreteras bloqueadas para seguir el camino más corto entre Anlaken y Edelweiss. ¿De cuáles se trata? ¿Y qué longitud tendrá el recorrido?



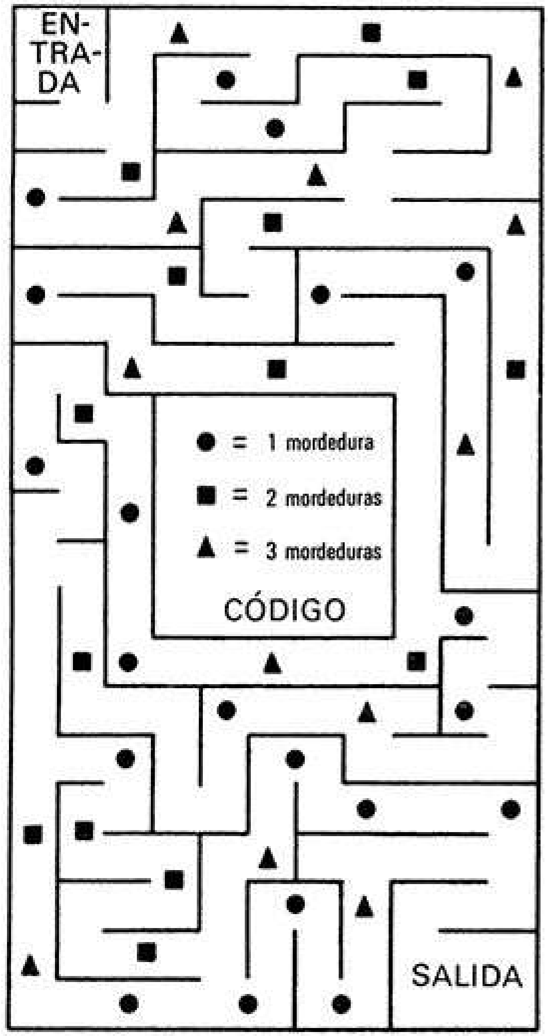
Solución 39

Hay que despejar las carreteras *BD* y *CE,* y seguir después la ruta *ABDCE,* recorriendo 14 kilómetros.

§ 40. La travesía del laberinto de los molosos

Este laberinto se llama de los molosos porque está lleno de perros enormes, feroces, denominados molosos. El gato Top se encuentra en la esquina superior izquierda y tiene que cruzar el laberinto de los molosos hasta llegar a la esquina inferior derecha, donde está la SALIDA. Pero en su camino ha de pasar junto a los feroces molosos, encadenados en los diversos recodos del laberinto. Los triángulos señalan la posición de los perros que muerden tres veces al gato cuando pasa junto a ellos; los cuadrados, la de los perros que lo muerden dos veces, y los círculos, la de los perros que no le muerden más que una vez.

¿Cuál es el mejor camino que puede seguir el gato Top a través del laberinto para salir con el menor número posible de mordeduras? ¿Sabrías librarle con menos de cuarenta?

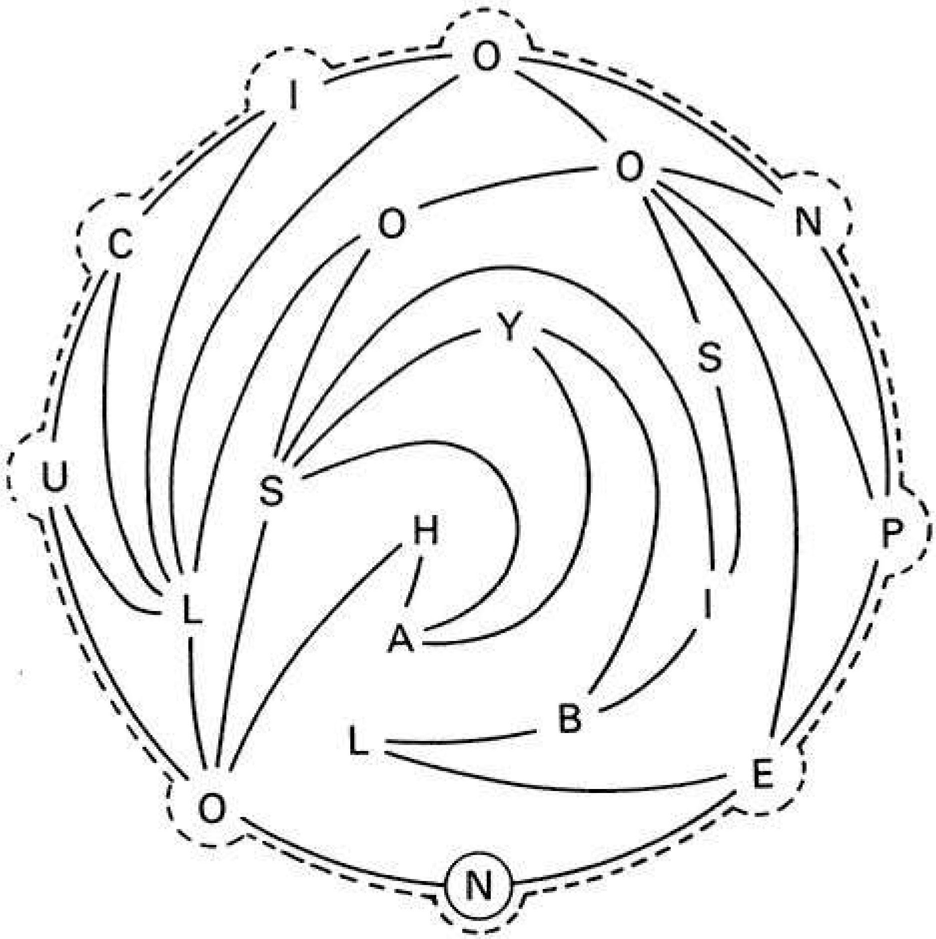


Solución 40

Puede escapar con treinta y siete mordeduras.

§ 41. El mapa de las estaciones espaciales

He aquí un mapa de las estaciones espaciales que estarán construidas en el año 2000 y del servicio regular de ida y vuelta que las unirá. Empieza por la estación señalada con una N, al sur del dibujo, y trata de deletrear una frase completa haciendo un circuito por todas las estaciones. Visita cada estación una sola vez y vuelve al punto de partida.



Este rompecabezas se basa en otro ideado por el gran autor de pasatiempos americano Sam Loyd. Cuando apareció por primera vez en una revista, más de quinientos lectores respondieron: «No hay solución posible». En realidad, se trata de un rompecabezas muy fácil.

Solución 41

Como dijo Sam Loyd, los más de quinientos lectores que respondieron: «No hay solución posible» habían resuelto el problema. En efecto, ésa es la frase que recorre el circuito de las estaciones espaciales. (En realidad, Loyd empleó los canales de

Marte, no las estaciones espaciales.)

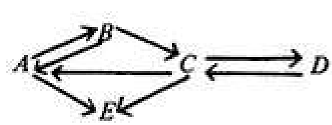
§ 42. El circuito aéreo

La Trans-Am Airways ofrece vuelos de enlace entre cinco ciudades: Albany, Baltimore, Chicago, Detroit y El Paso. Hay ocho vuelos, que son los siguientes: Baltimore a Chicago, Detroit a Chicago, Albany a Baltimore, Chicago a El Paso, Chicago a Detroit, Baltimore a Albany, Albany a El Paso y Chicago a Albany. ¿Cuál es el camino más corto para hacer un viaje de ida y vuelta de Albany a Detroit?

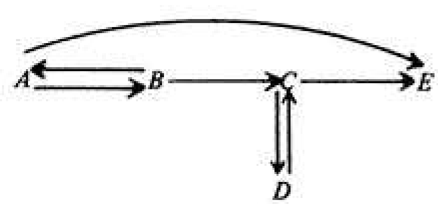
INDICACIÓN: Traza un esquema de los vuelos, empezando por *A* ↔ *B* → *C.* Esto te indicará que debes evitar un exceso de vuelos. *De lo contrario,* caerás en una «trampa».

Solución 42

El esquema es el siguiente:



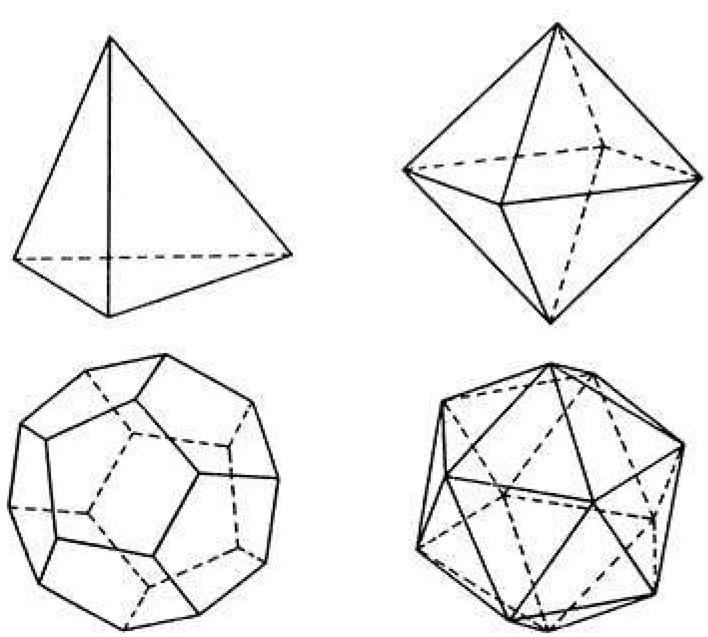
Sólo hay un itinerario para un viaje de ida y vuelta desde Albany (*A*) a Detroit (*D*). La «trampa» está en El Paso.



§ 43. Caras, ángulos y aristas

Vamos a ver una regla sorprendente sobre figuras geométricas, una regla que debes ser capaz de hallar por ti mismo. Busca un objeto con la forma de una caja, por ejemplo una caja de cerillas, un libro, una caja de bombones, etc. Pasa los dedos por las *aristas* y cuéntalas (12). Súmale 2 al número que has encontrado (lo que hace 14). Cuenta ahora el número de caras (6) y súmalas al número de ángulos (8) y obtendrás asimismo un total de 14.

Da la impresión de que existe aquí alguna regla. Cuenta las caras, los ángulos y las aristas de las figuras que aparecen en nuestro grabado. Las líneas de puntos indican las aristas ocultas, las que no pueden verse de frente. ¿Has descubierto la regla? El gran matemático suizo Leonhard Euler (se pronuncia *Oiler*) fue el primero en señalarla. Las diversas figuras se llaman respectivamente *tetraedro* (cuatro caras), *octaedro* (ocho caras), *dodecaedro* (doce caras) e *icosaedro* (veinte caras).



Solución 43

Según la regla de Euler, el número de caras (*c*) más el número de ángulos (*ag*) es igual al número de aristas (*ar*) más dos. Se aplica a todas las figuras sin «protuberancias» ni huecos. Todas las figuras del grabado se ajustan a ella.

Tetraedro:	$c = 4$;	$ag = 4$;	$ar = 6$
Octaedro:	$c = 8$;	$ag = 6$;	$ar = 12$
Dodecaedro:	$c = 12$;	$ag = 18$;	$ar = 28$
Icosaedro:	$c = 20$;	$ag = 12$;	$ar = 30$

§ 44. Las autopistas entre las cinco ciudades

Un planificador quiere unir cinco ciudades por medio de autopistas. Cada una de las ciudades debe quedar unida a todas las demás. ¿Cuál es el menor número de carreteras de que debe constar la red? Naturalmente, las carreteras pueden cruzarse por medio de pasos elevados.

Pero el planificador piensa que los pasos elevados resultan muy caros. ¿A cuántos pueden quedar reducidos?

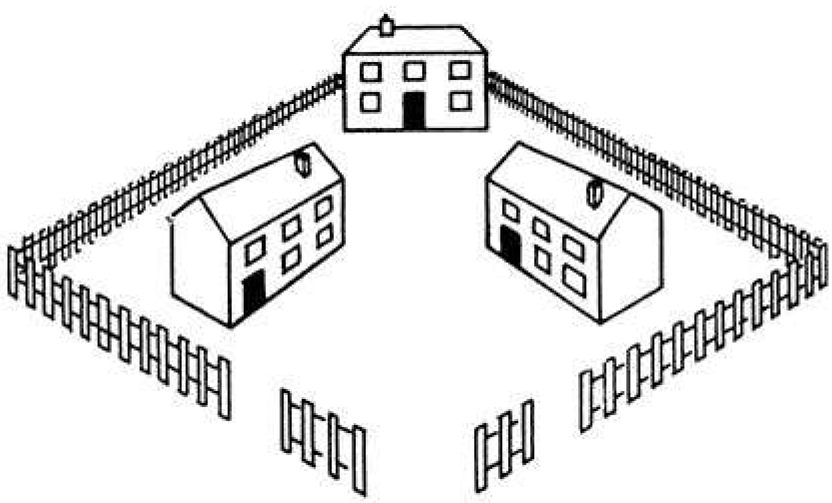
Solución 44

Diez carreteras. Marca cinco puntos en un papel y únelos mediante líneas, que representarán las carreteras. Necesitarás diez líneas, que se cruzarán probablemente cinco veces. Ve tanteando, hasta reducir los cruces a sólo uno. Pero éste es inevitable.

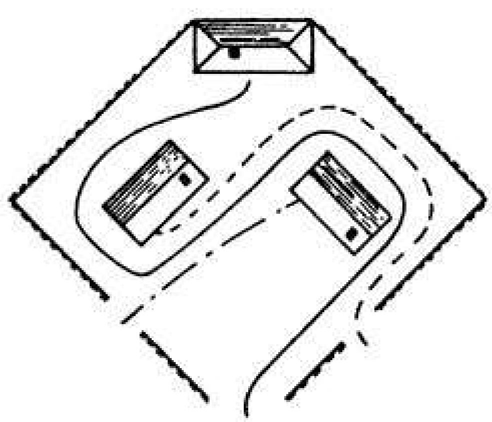
§ 45. Los vecinos mal avenidos

En cierta ocasión había tres vecinos que compartían un terreno cercado, como el que muestra el grabado. Muy pronto empezaron las disputas entre unos y otros. El propietario de la casa del centro se quejaba de que el perro del vecino cavaba agujeros en su jardín, y pronto construyó un sendero bordeado por una cerca y que llegaba hasta la entrada que aparece en la parte inferior del grabado. Entonces el vecino de la derecha construyó otro sendero que iba desde su casa a la entrada de la izquierda, mientras que el de la izquierda lo hizo hasta la entrada de la derecha. Ninguno de los senderos se cruzaba.

¿Podrías dibujarlos?

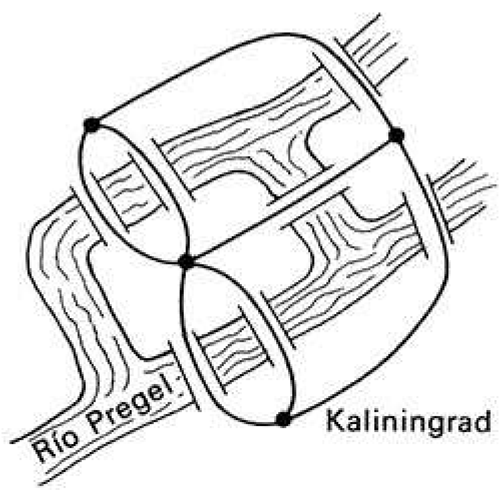


Solución 45



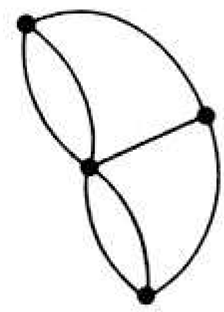
§ 46. Los puentes de Kaliningrad

Se trata de uno de los problemas más famosos de todas las matemáticas. Se considera como el punto de partida de una nueva rama de las matemáticas, la llamada *topología,* la geometría de las superficies planas. El problema se planteó por primera vez en el siglo XVII, en la ciudad de Kaliningrad (Königsberg), al norte de la República Democrática Alemana, que se alza sobre el río Pregel, el cual, como se ve en el grabado, divide la ciudad en cuatro partes.



Durante el verano, a los habitantes de la ciudad les gustaba darse un paseo vespertino por los cuatro puentes. Descubrieron que no les era posible cruzar todos los puentes una sola vez, sin volver sobre sus pasos. Si este libro no te pertenece, copia el plano y comprueba si estás de acuerdo con sus ciudadanos.

El problema llegó a oídos del gran matemático suizo Leonhard Euler, que trazó un esquema básico, como dicen los matemáticos, de las rutas que unían las cuatro partes de la ciudad. En él eliminó todos los detalles innecesarios. Sigue el recorrido de los pasos sobre el esquema. ¿Crees que los habitantes de Kaliningrad consiguieron dar el paseo que deseaban?



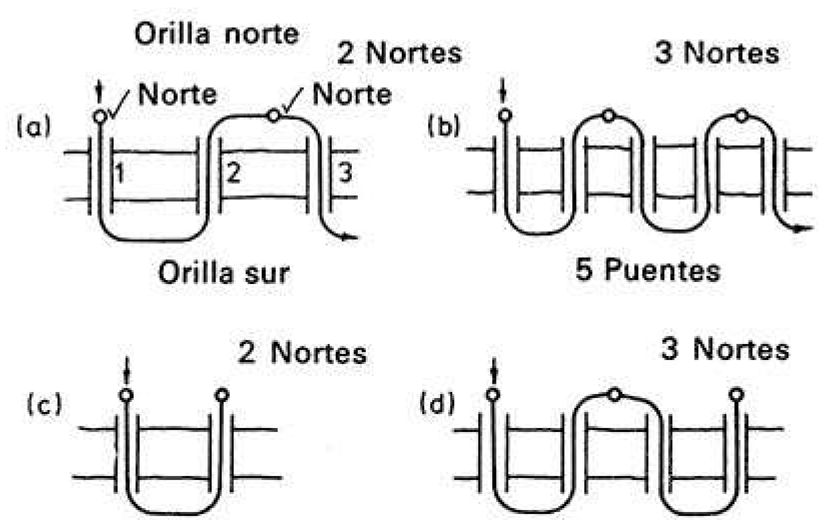
Solución 46

No, es imposible cruzar todos los puentes y hacerlo sólo una vez en el mismo paseo. Cuando se habla de dibujo, a un tal recorrido se le llama *de un solo trazo.* Euler descubrió que existía una regla para saber si un itinerario es o no de un solo trazo. Haz primero el *diseño,* como hizo Euler con respecto a Kaliningrad. Esto eliminará todos los detalles inútiles para el planteamiento del problema. Luego cuenta el número de caminos (líneas) por los que se llega a cada punto. Llama a esos puntos *impares* si hay un número impar de líneas que conducen a ellos, y *pares* si dicho número es par. Euler descubrió la regla siguiente: un diseño con todos los puntos pares, o con dos puntos impares únicamente, es de un solo trazo, se puede dibujar en un solo movimiento sin levantar el lápiz del papel o sin pasar dos veces por la misma línea. Los diseños con otros números de puntos impares *no son* en absoluto de un solo trazo. Si quieres enseñar a alguien cómo se traza un esquema con dos puntos impares, asegúrate de empezar siempre en uno de esos puntos.

§ 47. Los puentes de Euler

En realidad, Euler resolvió el problema de manera ligeramente distinta a la que exponemos aquí, que coincide con el método que suele figurar en los libros. Lo que él hizo fue simplificar la cuestión. Empezó por los sencillísimos problemas de nuestro grabado. Después, partió de las soluciones de éstos para llegar a la que nosotros dimos a «Los puentes de Kaliningrad». Los pequeños problemas se plantean así:

Un río que sigue una línea recta tiene una orilla norte y una orilla sur, con tres puentes que cruzan de una a otra. Empezando por la orilla norte y cruzando cada puente una sola vez en un único paseo sin volver sobre sus pasos, se pisará la orilla norte dos veces (véase la figura *a*). Con cinco puentes (figura *b*), se pisará la orilla norte tres veces. ¿Has deducido ya la fórmula para un número impar de puentes?



Observa ahora la figura *c.* Con dos puentes, se pisará la orilla norte dos veces y, con cuatro puentes, como se ve en la figura *d,* se pisará tres veces. ¿Puedes encontrar la fórmula para cualquier número par de puentes?

Solución 47

Regla del número impar de puentes: el número de veces que se pisa la orilla norte (llamémosla *N*) es igual a la mitad de 1 más el número de puentes (*p*). O sea, $N = (p + l)/2$.

Regla del número par de puentes: en este caso, el número de «nortes» es igual a 1 más la mitad del número de puentes. O sea, $N = (1 + p)/2$.

Nota matemática: para llegar a estas fórmulas, tienes que conjeturar e incluso hacer algunos malabarismos. Sin embargo, a

§ 48. La cinta de Möbius

Una de las más famosas curiosidades de la topología consiste en la cinta de un solo borde y una sola superficie inventada por Augusto Möbius, profesor alemán de matemáticas que vivió en el siglo XIX. Toma una tira de un material flexible y, antes de unirla por los extremos, tuércela una vez. Ahora córtala a lo largo por la mitad. ¿Cuántas partes crees que te quedarán? Presenta el truco a tus amigos cuando vayas a alguna fiesta. Intenta cortarla en tres a lo largo de uno de los bordes, todo alrededor. ¿Cuántas partes crees que quedarán en este caso?

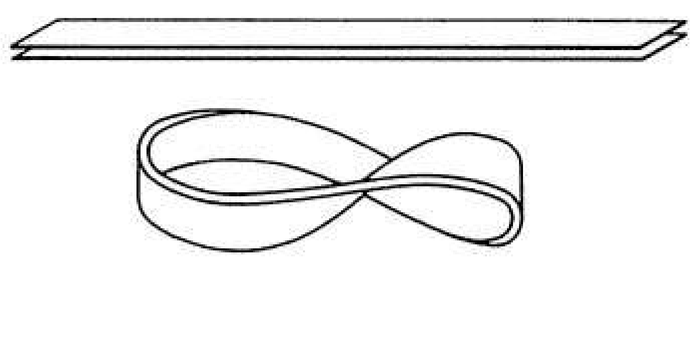
Solución 48

Al cortar por la mitad, quedará *una sola* cinta, una tira retorcida ordinaria, ya que has añadido un borde y una cara. Al cortar por segunda vez, obtendrás una tira retorcida y una cinta de Möbius más pequeña, enlazada con la primera.

§ 49. La doble cinta de Möbius

Toma dos tiras de papel y colócalas una sobre otra, como muestra el grabado. Tuércelas una vez y une los extremos, como se indica. Tenemos ahora lo que parece un par de cintas de Möbius entrelazadas. Puedes comprobar que hay en efecto dos cintas metiendo un dedo entre ellas y haciéndolo correr todo a su alrededor, hasta volver al punto de partida.

De manera que un insecto que anduviese entre las dos cintas podría recorrerlas en círculo una y otra vez. Tendría que andar continuamente a lo largo de una de las tiras, mientras la otra se deslizaría continuamente sobre su dorso. En ningún momento encontraría que el «suelo» coincidía con el «techo». A decir verdad, «suelo» y «techo» son una misma y única superficie. Las que parecen dos cintas son en realidad... Trata de averiguarlo y luego comprueba en la sección de soluciones si has acertado o no. Tuerce una vez las cintas antes de empalmarlas y trata de volver a unirlas.



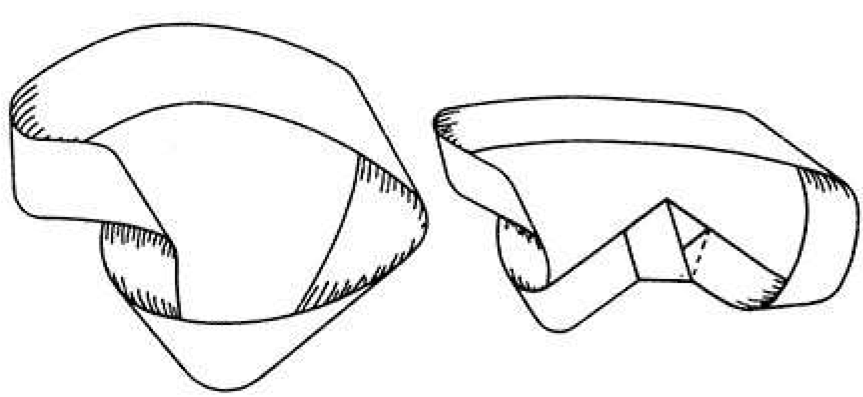
Solución 49

Ábrela y verás que forma en realidad una cinta ancha.

§ 50. El nudo vienés

En la década de 1880 había en Viena un truco muy extendido entre los magos, consistente en hacer un nudo en una tira de papel por el simple procedimiento de cortarla con unas tijeras. He aquí cómo lo hacían:

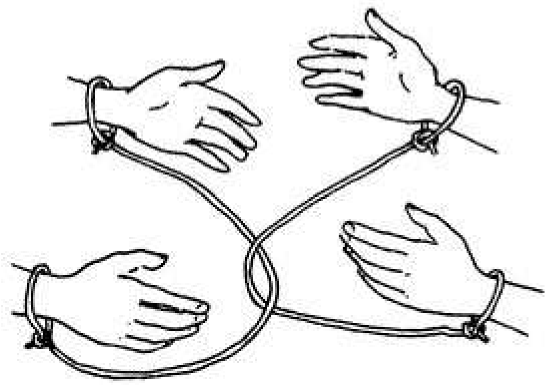
Toma una tira de papel de unos dos centímetros y medio de ancho y alrededor de sesenta centímetros de largo. Antes de unir los extremos, dale a uno de ellos *vuelta y media.* (Si has leído el párrafo dedicado a la cinta de Möbius, ya sabes que esto equivale a dar una vuelta completa y a retorcerla una vez extra). Después, pega los extremos para formar una cinta. Una vez hecho esto, corta por el centro la cinta cerrada, hasta llegar al punto en el que empezaste. Al dar el último tijeretazo, quedará una cinta larga y descubrirás que hay en ella un nudo. Tira de él y verás que dicho nudo tiene la forma de un hexágono perfecto.



§ 51. Liberar a los prisioneros

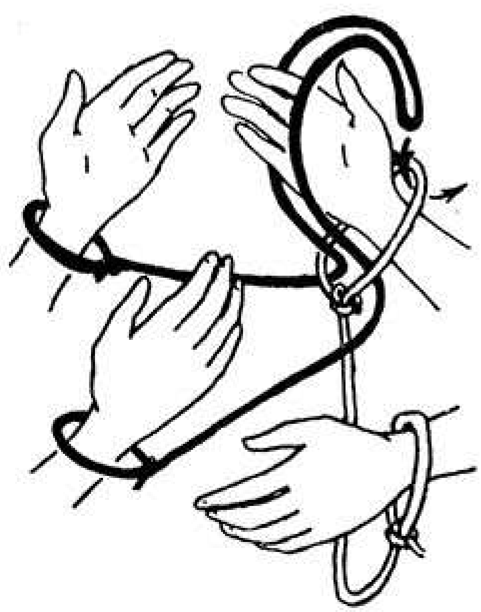
Veamos ahora otro problema de topología. Une tus muñecas con un trozo de cuerda bastante largo. Asegúrate de que las lazadas en torno a las muñecas no están demasiado apretadas. Pide a un amigo que haga lo mismo, pero, antes de acabar de atarse, debe pasar su cuerda en torno a la tuya, como muestra el grabado.

¿Sabrás separarte de tu amigo sin deshacer los nudos ni cortar la cuerda? Digamos desde ahora mismo que la cosa es muy posible.



Solución 51

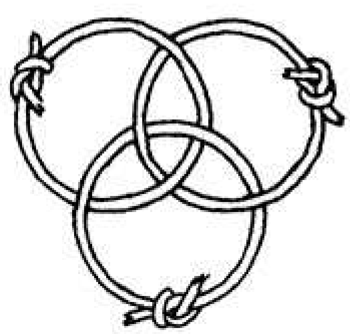
Puedes liberarte de tu amigo haciendo deslizar el bucle de la cuerda por encima de una de tus manos y pasándolo después por debajo del lazo que rodea la muñeca correspondiente, como se ve en el grabado.



§ 52. El truco de las tres anillas de cuerda

Es éste un famoso problema de topología. Estoy seguro de que serás capaz de resolverlo aplicando el sistema de ensayo-error. En primer lugar, haz tres lazadas o anillas de cuerda y enlázalas como una guirnalda de Navidad. Si se corta la anilla del centro, quedarán las tres sueltas. Si se corta una de las anillas de los extremos, las otras dos permanecen enlazadas. El problema consiste en lo siguiente: ¿se pueden enlazar las tres anillas de manera que las tres queden sueltas cuando se corta cualquiera de ellas? La respuesta es positiva.

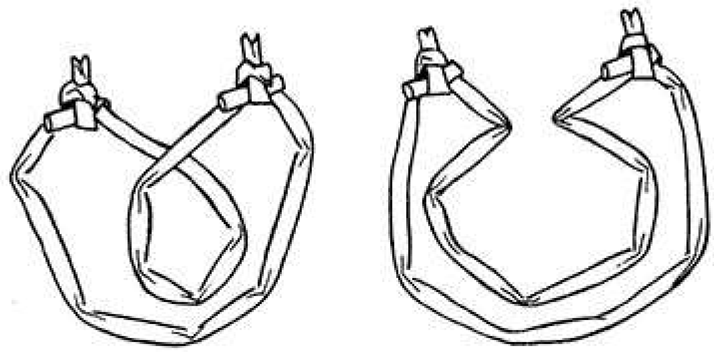
Solución 52



§ 53. Nudos de boda

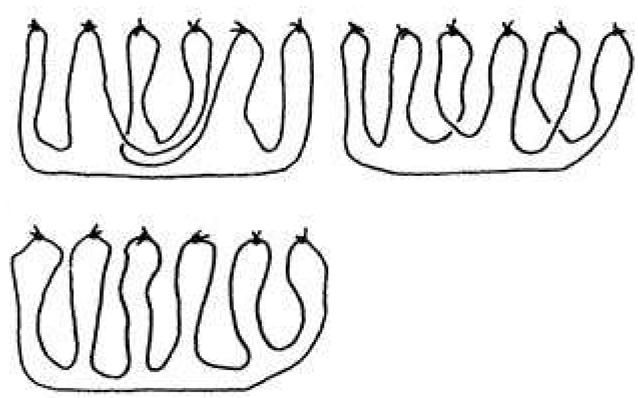
Las muchachas rusas utilizan trozos de paja para adivinar si se casarán o no durante el año. Doblan seis pajas por la mitad, manteniendo los dobleces ocultos en el puño. Después piden a una amiga que ate de dos en dos los extremos libres de las pajas. Si éstas forman un círculo completo, la muchacha se casará durante el año.

Se puede hacer un bucle cerrado con cuatro pajas de dos maneras, como se ve en el grabado. ¿Puedes unir de tres maneras diferentes los extremos sueltos de seis pajas para formar un solo círculo?



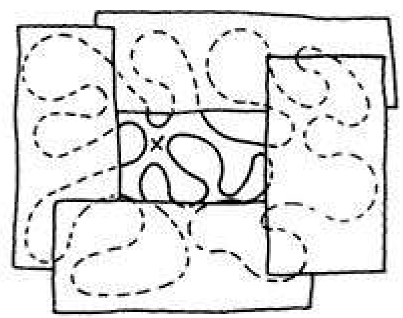
Solución 53

He aquí tres modos distintos de unir las pajas para hacer un solo bucle cerrado. Pero además hay otros.



§ 54. Asombra a tus amigos

Pide a un amigo que dibuje un laberinto con un lápiz sobre una hoja grande de papel. Puede hacerlo tan sinuoso como quiera, pero las líneas no deben cruzarse y los extremos han de unirse en un bucle cerrado. Coloca ahora periódicos alrededor de los bordes, del modo que muestra el grabado, con objeto de que no se vea más que la parte central del laberinto. El amigo señala entonces con el dedo un punto cualquiera del área a la vista. ¿El dedo está dentro o fuera del laberinto? Éste es tan complicado que resulta imposible decir qué puntos se encuentran incluidos en el laberinto y qué puntos quedan fuera. Y sin embargo, tú determinarás correctamente si el dedo señala un punto interior o exterior al laberinto.



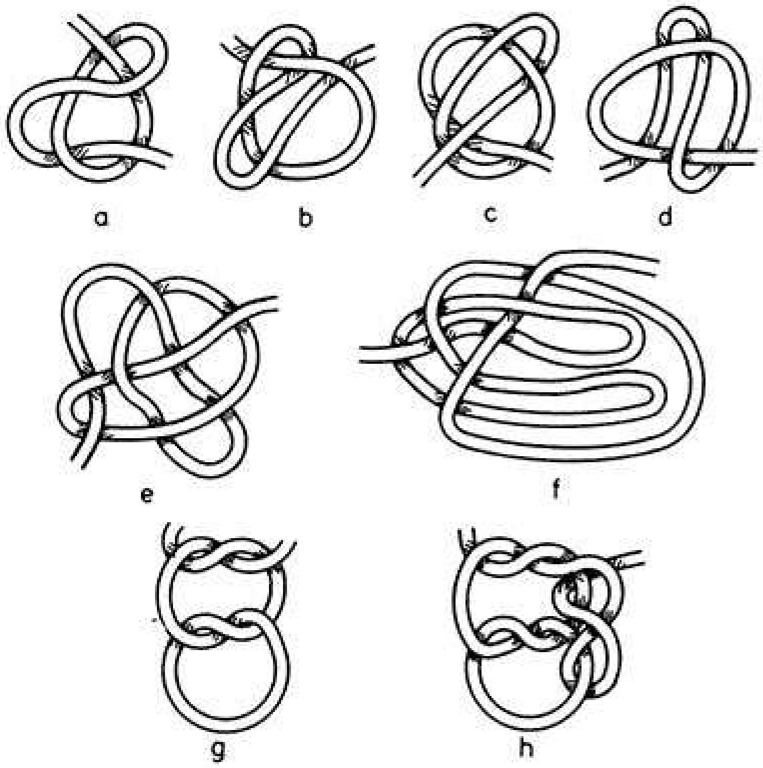
Otra manera de presentar el truco es emplear cordel o cuerda. Toma un buen trozo de cordel y ata los extremos formando un largo bucle. A continuación, pide a un amigo que construya un laberinto con él. Coloca periódicos para ocultar la parte exterior del laberinto. Tu amigo señalará con el dedo un punto cualquiera del mismo. Retira uno de los periódicos y estira una de las partes exteriores del cordel. ¿El dedo de tu amigo quedará en el interior o no? De nuevo predecirás correctamente en cada ocasión que pongas en práctica el truco. ¿Cómo lo harás?

El secreto consiste en lo siguiente: elige dos puntos del laberinto y únelos con una línea imaginaria. Si ambos están dentro del bucle, la línea cruzará el cordel un número *par* de veces. Si ambos puntos están fuera, se cumple la misma regla. Pero si uno de los puntos está dentro y el otro fuera, la línea que los conecta cruza el cordel un número *impar* de veces. El método más fácil para recordar esa regla es pensar en el laberinto más simple posible, es decir, un círculo. Si ambos puntos están dentro del círculo (o fuera de él), la línea que los une no cruzará el cordel o lo cruzará dos veces, ya que el cero y el dos son números pares. Si uno de los puntos está dentro y el otro fuera, la línea cruzará el círculo una vez. El uno es un número impar.

Para lograr tu proeza, al colocar los periódicos, pasa la vista por el laberinto partiendo desde el exterior hasta alcanzar un punto cercano al centro y que te sea fácil recordar. Dispondrás así de un punto exterior al laberinto. Cuando tu amigo señale con el dedo, te bastará trazar mentalmente una línea desde tu punto «exterior» hasta el dedo y contar cuántas veces atraviesa dicha línea el cordel. Si obtienes un número par, el dedo estará fuera del cordel; si obtienes un número impar, estará dentro. Un poco de práctica te demostrará que este truco es más fácil de realizar que de describir.

§ 55. Los nudos

Estira los extremos de las cuerdas que figuran en el grabado y determina cuáles de ellas forman un nudo y cuáles no. El caso *h* es muy interesante. Los magos lo emplean a menudo y recibe el nombre de nudo Chefalo. Se hace a partir del nudo del rizo, representado en la figura *g.*

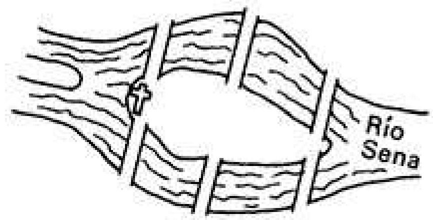


Solución 55

Las cuerdas *a, d, e* y *g* forman nudo. En cambio la *h* no lo forma, está claro. Por eso mismo la utilizan los magos.

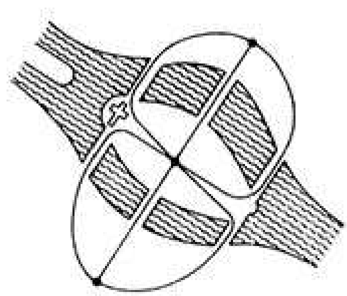
§ 56. Los puentes de París

En el año 1618, el plano de París, con sus puentes sobre el río Sena, se ajustaba al diseño que incluimos aquí. La famosa catedral de Notre Dame, que se alza sobre la isla, aparece señalada con una cruz. ¿Podían los parisienses de la época dar un paseo por los puentes cruzándolos todos una sola vez sin volver sobre sus pasos? Traza un esquema semejante al de «Los puentes de Kaliningrad».



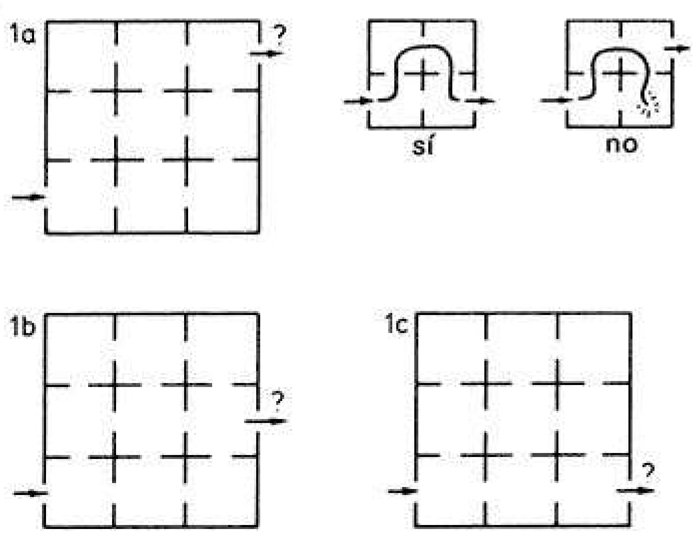
Solución 56

Sí, es posible dar ese paseo. El esquema muestra que hay dos puntos impares, luego se ajusta a la regla de Euler. Véanse «46 Los puentes de Kaliningrad».

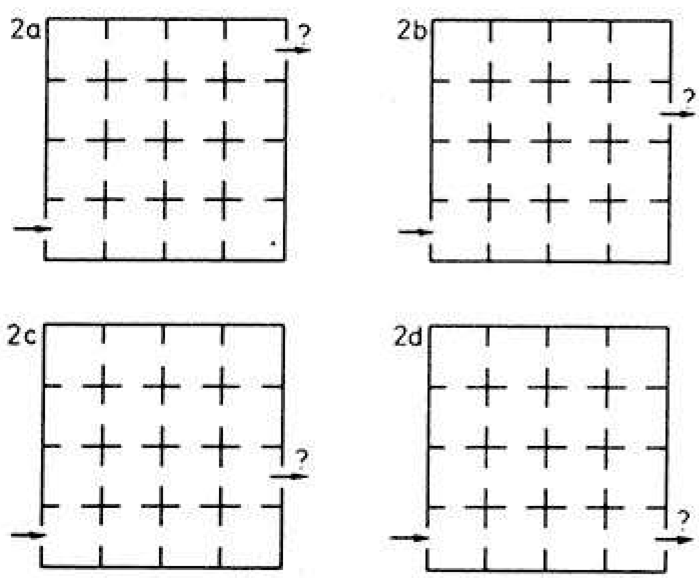


§ 57. La visita del castillo

Se trata de pasar por todas las habitaciones del castillo en una sola visita, sin volver a cruzar por ninguna de ellas, empezando por la flecha de *entrada* y acabando en la flecha de *salida.* Si la salida está situada como en el primero de los pequeños castillos de cuatro habitaciones, es posible hacerlo; en el segundo caso, no.



Prueba en primer lugar con los castillos de nueve habitaciones; en segundo lugar, con los de dieciséis.



Solución 57

Este tipo de problemas se relaciona claramente con el de «Los puentes de Euler». Pero descubrir la regla general no resulta ya tan claro. Para hallarla, dibuja primero los esquemas, como hizo Euler para «46 Los puentes de Kaliningrad». Las respuestas son:

1*a,* sí;

1*b,* no;

1e, sí;

2*a,* no;

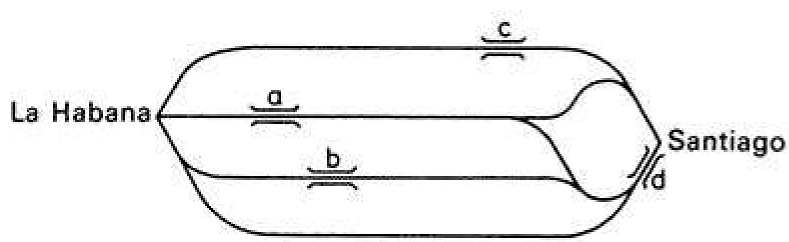
2*b,* sí;

2*c,* no,

2*d,* sí.

§ 58. El problema de los traficantes de armas cubanos

Los traficantes de armas cubanos planean transportar un cargamento de armas de fuego y bombas desde La Habana hasta Santiago. Hay varias líneas férreas que pueden tomar, como se ve en el plano de ferrocarriles que incluimos. ¿Cómo evitar que las utilicen? El mejor sistema consiste en volar algunos puentes. ¿Cuál es el menor número de puentes que deben volarse? ¿Y cuáles son dichos puentes?



Solución 58

Hay que volar los puentes *a, c* y *d.*

Capítulo 3
Pasatiempos sobre líneas y cuadrados que desaparecen

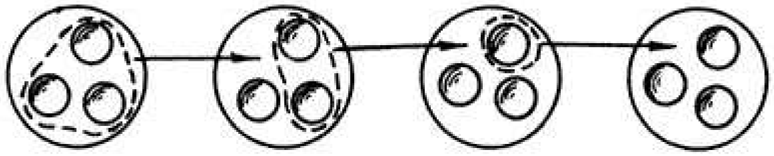
Las ideas para estos pasatiempos proceden de Martin Gardner, el más importante popularizador de las matemáticas e inventor de pasatiempos de toda América. Todos ellos, y más aún, figuran en su excelente libro *Mathematics, Magic and Mystery* (Nueva York, Dover, 1956).

Estos pasatiempos se basan en una extraña peculiaridad de la geometría. Todos, excepto el primero, requieren cortar partes de una figura y disponerla de otro modo. Una vez hecho esto, una de esas partes de la figura, en otros casos sólo una línea, desaparece. ¿Por qué sucede así? Ahí está la cuestión. Antes de describir algunos de esos pasatiempos y de explicarlos estudia el siguiente, en el que no hace falta cortar nada, sino que basta con contar. En él se encierra la clave de todos los pasatiempos sobre líneas que se desvanecen.

No se dan soluciones, salvo para el primer pasatiempo.

§ 59. El señor Orate y las mandarinas

El señor Orate ha invitado a tres niños a tomar el té. Para ello prepara cuatro servicios, cada uno de los cuales comprende un plato con tres mandarinas. Pero uno de los niños no se presenta. ¿Cómo se reparten los demás el plato sobrante? El señor Orate sugiere que se haga en la forma que muestra el grabado:



Las tres mandarinas del primer plato pasan al segundo plato, del que se retiran dos para ponerlas en el tercero. De éste se quita una sola y se coloca en el cuarto plato, el del señor Orate.

—¡Vaya! —exclama el señor Orate—. Raciones justas para todos. Pero apuesto a que no sabréis decirme cuál de los platos ha desaparecido.

Ninguno de los niños halló la respuesta. ¿Puedes sugerir tú alguna?

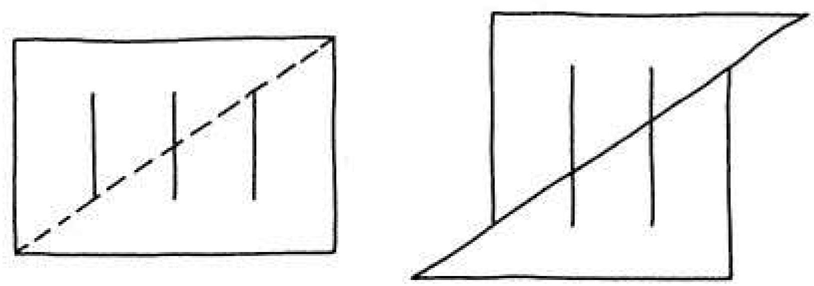
Solución 59

«Desaparecen» las mandarinas del plato correspondiente al niño ausente. En realidad, cada plato de mandarinas restantes ha ganado una más. Cuatro lotes de tres es exactamente lo mismo que tres lotes de cuatro. O, expresado en términos matemáticos: $4 \times 3 = 3 \times 4$.

§ 60. El truco de la línea desaparecida

Este problema, extremadamente simplificado, constituye la base para muchos de los excelentes pasatiempos creados por el gran Sam Loyd. Traza en una tarjeta tres líneas iguales, como las que se ven en la página siguiente.

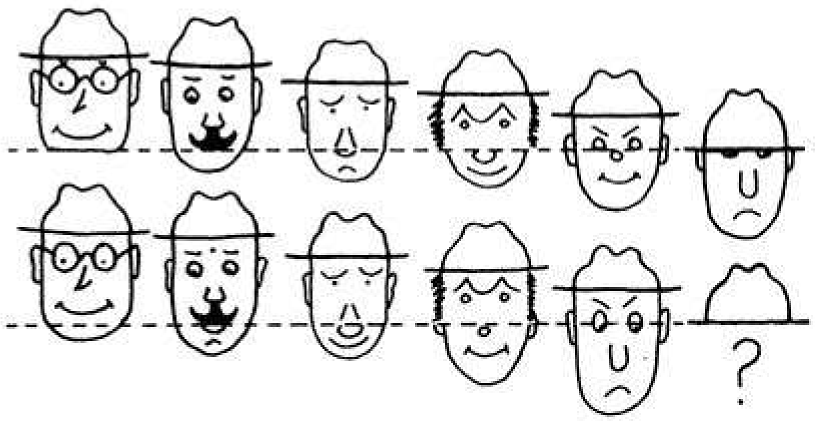
Asegúrate de que la primera y la tercera tocan la diagonal de la tarjeta (la línea de puntos) por uno de sus extremos. Corta la tarjeta por esa diagonal. Haz deslizarse la parte superior hacia la derecha hasta que las líneas coincidan de nuevo como en la segunda figura. Ahora sólo hay dos líneas donde antes había tres. ¿Qué ha sucedido con la tercera línea? ¿Qué línea ha desaparecido y qué ha sido de ella? Haz deslizarse la parte superior de la tarjeta hacia atrás y la línea reaparecerá.



Sucede aquí lo mismo que con el grupo de mandarinas desaparecidas en «El señor Órate y las mandarinas». La línea central se divide en dos partes, una de las cuales se suma a la primera línea, alargándola, y la otra a la tercera. Cuando se trata de más líneas, la distribución resulta menos evidente, y la desaparición de la línea central se hace todavía más enigmática.

§ 61. El truco de la cara que desaparece

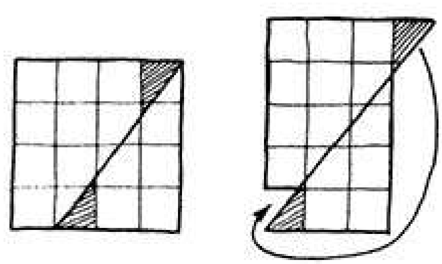
Podemos adornar «El truco de la línea desaparecida» dibujando personajes en lugar de líneas. La figura superior del grabado muestra un dibujo de seis caras, dividido en dos bandas por una línea de puntos.



Cópialo, córtalo por la línea de puntos y pega cada faja en una cartulina. Desliza la faja superior hacia la derecha y verás que todos los sombreros se mantienen —como se ve en la segunda figura—, pero una de las caras desaparece. Cuatro de ellas han sido cortadas en dos partes, y dichas partes se distribuyen de tal manera que cada nueva cara ha ganado un fragmento.

§ 62. El truco del cuadrado desaparecido

Los prestidigitadores llevan a cabo trucos que parecen milagrosos, en los cuales se corta una figura rectangular o cuadrada y se reordenan sus partes de tal forma que, durante el proceso, se pierde de vista un cuadrado entero. Damos aquí el ejemplo más sencillo y más antiguo. La explicación siguiente se basa en el excelente libro de Martin Gardner *Mathematics, Magic and Mystery:*

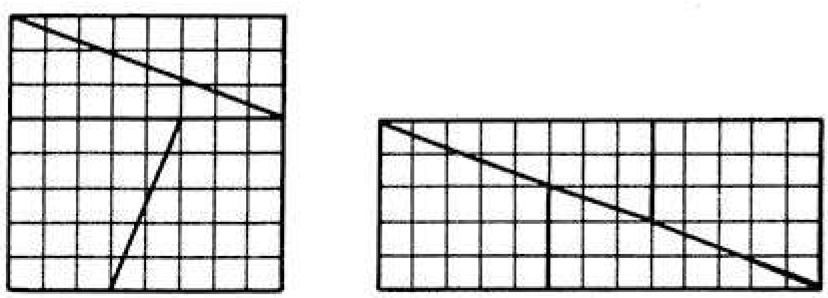


Empieza con un cuadrado de cuatro por cuatro casillas. Su área es, pues, igual aló. Córtalo a lo largo de la línea oblicua. Dicha línea *no forma* una diagonal, puesto que pasa sólo por uno de los ángulos. Ahí reside el secreto del truco. Haz deslizar ahora la parte inferior de la cuadrícula hacia la izquierda, como muestra la figura de la derecha. Da un tijeretazo al triángulo sombreado que aparece en el ángulo superior derecho y encájalo en el espacio libre junto al ángulo inferior izquierdo, como señala la flecha. Así se obtiene un rectángulo de tres por cinco casillas, con un área de 15. Hemos empezado con un gran cuadrado de área 16. ¿Dónde se ha metido el cuadrado pequeño que falta? Como ya hemos dicho, el secreto está en el modo en que se ha trazado la línea oblicua. Dado que dicha línea no es una diagonal, el triángulo sombreado es mayor que la unidad; tiene una altura de $1\frac{1}{3}$. De manera que la altura del triángulo formado es $5\frac{1}{3}$, no 5. Su verdadera área es la siguiente: $3 \times 5\frac{1}{3} = 16$. Por consiguiente, y como se ve (deberíamos decir más bien «como no se ve»), no hemos perdido ningún cuadrado. Solamente lo parece.

El truco no resulta tan desconcertante con un tablero tan pequeño. Pero un número mayor de cuadrados disimula el secreto. Comprenderás por qué el problema coincide con «El truco de la línea desaparecida» observando los cuadrados cortados por la línea oblicua. Corriendo la línea, te darás cuenta de que los cuadrados cortados por encima de ella se hacen cada vez más pequeños, mientras que los de abajo se hacen cada vez más grandes. Exactamente igual que las líneas verticales en el primer pasatiempo.

§ 63. Juego de manos con cuadrados

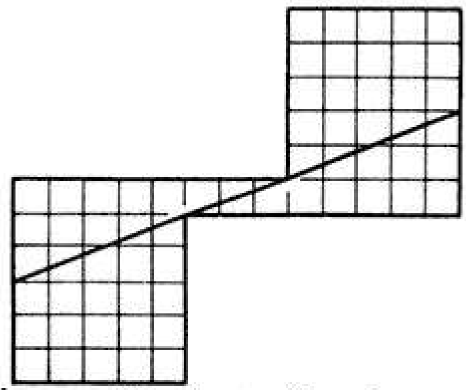
En el truco de «El cuadrado desaparecido», toda la trampa quedaba reducida a los cuadrados situados inmediatamente a ambos lados de la línea oblicua. El resto no intervenía para nada en el truco. Estaban allí sólo para disimular. Supongamos que ahora, en lugar de dividir el tablero cuadrado en dos partes, lo dividimos en cuatro. El truco se vuelve mucho más misterioso. En el grabado, mostramos un ejemplo relativo a un cuadrado de ocho por ocho.



ÁREA = 8 × 8 = 64 ÁREA = 5 × 13 = 65

Al ordenar las cuatro piezas como en la segunda figura, se gana un cuadrado, es decir, se pasa de 64 a 65. Descubrirás que hay un espacio prolongado y estrecho, en forma de rombo, a lo largo de la diagonal del rectángulo de 13 × 5. Hay que confesar que se advierte con dificultad. Pero de él procede el «cuadrado extra». Si se hubiera empezado con el rectángulo de cinco por trece y se hubiera trazado una diagonal precisa, el rectángulo superior del cuadrado de ocho por ocho sería ligeramente más alto de lo que debería ser, y el rectángulo inferior, un poco más ancho. Este defecto en el encaje se ve con mayor claridad que el ligero hueco a lo largo de la diagonal. Por eso es mejor seguir el primer método.

Sam Loyd, hijo, descubrió cómo colocar las cuatro piezas para obtener un área de sólo 63, es decir, para perder un cuadrado. En la figura siguiente, puede verse cómo lo hizo.



ÁREA = (5×6) + 3 + (6×5) = 63

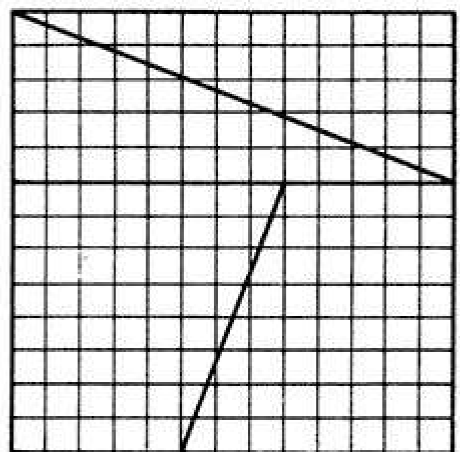
§ 64. Las longitudes secretas de Fibonacci

Se puede hacer que un cuadrado se convierta en otras cuadrículas de distinto tamaño y recupere luego su tamaño propio, siempre que se conozcan las longitudes secretas de los lados perpendiculares (excluidas las líneas oblicuas) de todas las piezas, tanto las figuras recortadas en el cuadrado como las cuadrículas formadas con ellas.

En el «Juego de manos con cuadrados», dichas longitudes eran: 3, 5, 8 y 13. Dichos números forman parte de la famosa serie que recibe el nombre de números de Fibonacci (se pronuncia *Fibonachi*): 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, etc. A partir del 2, cada número es igual a la suma de los dos anteriores: 3 = 1 + 2; 5 = 3 + 2, etc. El italiano Fibonacci, que vivió en el siglo XIII, fue el primer gran matemático europeo. Dudo de que se le ocurriese pensar nunca en esta curiosa intervención de su serie de números para un truco geométrico.

Hemos partido, pues, de un cuadrado de ocho por ocho, con un área de 64, para terminar en un rectángulo de cinco por trece, con un área de 65. Fíjate en que hay ocho líneas entre el 5 y el 13 de la serie de Fibonacci.

El truco da resultado con los números altos de la serie, cuanto más altos mejor, ya que el «cuadrado extra» se pierde con mayor facilidad en una diagonal larga. Elige, por ejemplo, un cuadrado de trece por trece, con un área de 169, y divide sus lados en longitudes de cinco y ocho, como muestra el grabado.



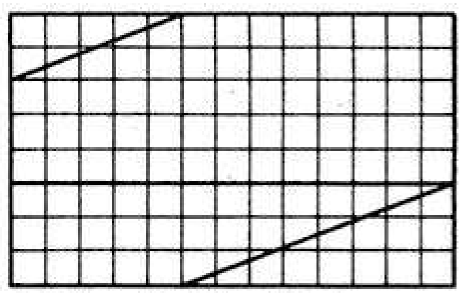
ÁREA = 13 × 13 = 169

Si cortamos ahora por las líneas, podemos reordenar las piezas en un rectángulo de ocho por veintiuno, con un área de 168. En esta ocasión, se *ha perdido* uno de los cuadrados pequeños, no ganado. Los números de la serie de Fibonacci empleados son 5, 8, 13 y 21. Se pierde un cuadrado porque las piezas se superponen a lo largo de la diagonal, en lugar de dejar un hueco entre ellas. Y se advierte un hecho extraño: una cuadrícula en la que se usan las longitudes 3, 8, 21, etc. —es decir, un número sí y otro no de la serie de Fibonacci— conduce a la ganancia de un cuadrado. Una cuadrícula en la que se usen las longitudes 5, 13, 34, etc., conduce a la pérdida de uno de los cuadrados pequeños.

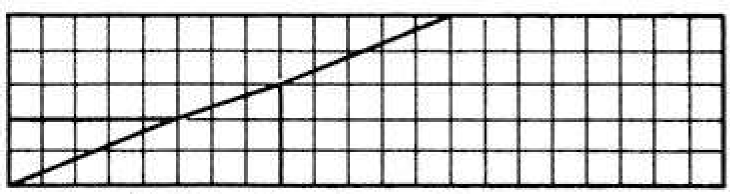
Si se corta una cuadrícula de dos por dos para hacer un rectángulo de tres por uno, el hueco (que da lugar a la pérdida de un cuarto de cuadrícula) resulta demasiado obvio. Se desvanece todo el misterio.

§ 65. El rectángulo de Langman

También se puede cortar un rectángulo para encajar las piezas y hacer un rectángulo más ancho. El doctor Harry Langman, de la ciudad de Nueva York, ha ideado un método para esta transformación. Dicho método, que exponemos a continuación, utiliza los números de Fibonacci 2, 3, 5, 8, 13 y 21.



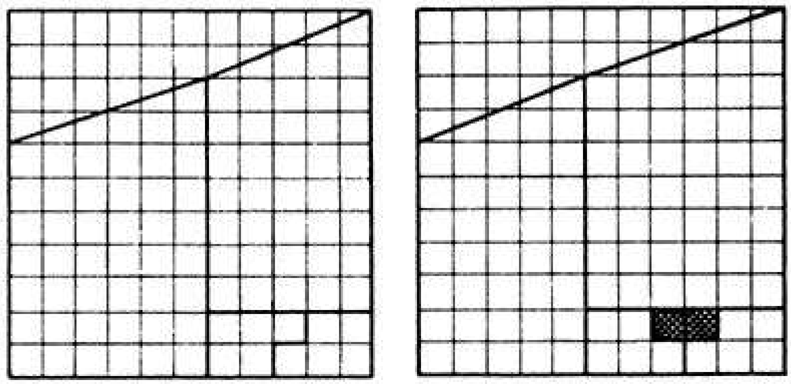
ÁREA = 8 × 13 = 104



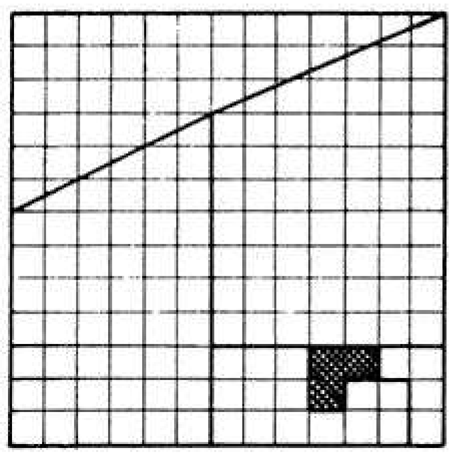
ÁREA = 5 × 21 = 105

§ 66. La paradoja de Curry

Se llama paradoja a un absurdo que a primera vista no presenta ningún fallo. Divide un cuadrado de once por once en cinco piezas, como muestra el grabado. La paradoja consiste en que, al colocar las piezas de otra manera, aparece un hueco. Para producir este efecto, hay que dar la vuelta a una de las piezas en forma de L.

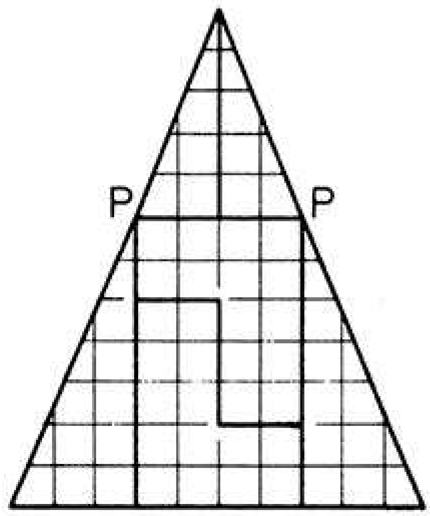


Esta paradoja fue inventada en el año 1953 por el mago aficionado de Nueva York, Paul Curry. Ideó también una versión utilizando un cuadrado de trece por trece, en la que aparece un hueco de mayor tamaño, perdiéndose tres cuadrados pequeños. Como se ve, la paradoja de Curry se basa en los números de Fibonacci.



§ 67. El triángulo de Gardner

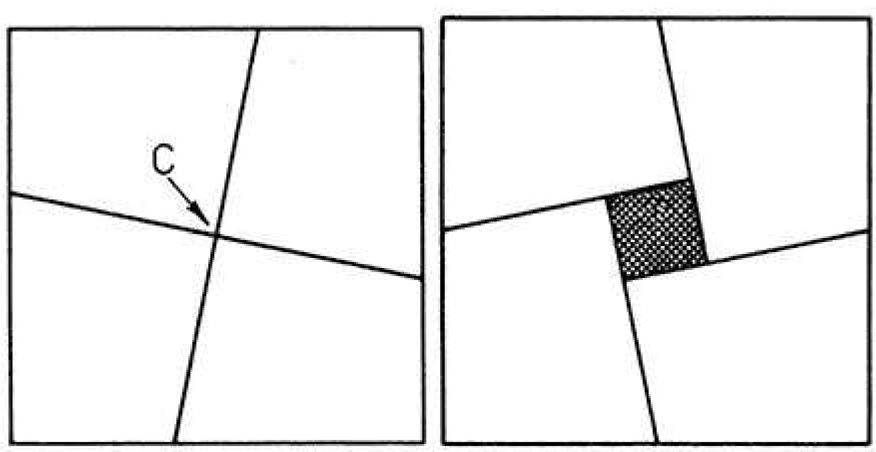
Es posible hacer que desaparezca parte de este triángulo. Martin Gardner aplicó al triángulo la paradoja de Curry. Expondremos su método valiéndonos de un triángulo de dos lados iguales. Reordenando las piezas se pierden dos casillas.



El engaño se acentúa situando exactamente los puntos *P* en las intersecciones de la cuadricula, puesto que de este modo los lados se hundirán o se abultarán ligeramente.

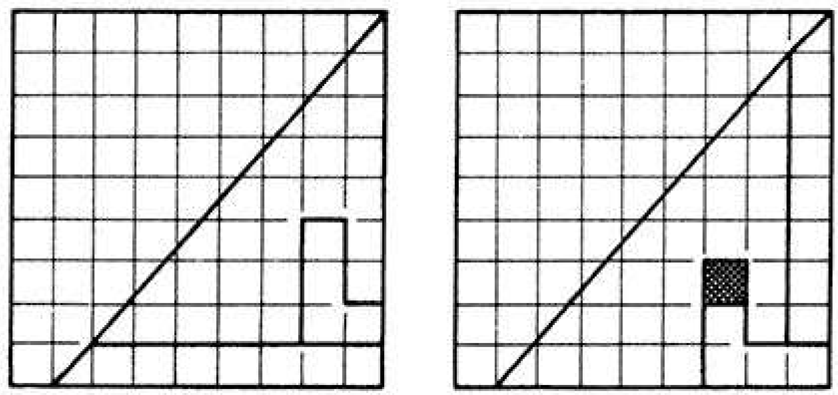
§ 68. El hueco en el cuadrado

Otro sistema completamente distinto para perder parte del área consiste en dividir un cuadrado en cuatro piezas exactamente iguales mediante dos cortes en cruz.



Reordena las piezas y aparecerá un hueco en el centro. El tamaño del hueco varía de acuerdo con el ángulo que formen los cortes. El área del hueco se dispersa en tomo a los lados del cuadrado. El truco desmerece por el hecho de que se ve muy claro que los lados del cuadrado con el hueco son ligeramente más largos que los lados del primer cuadrado.

El grabado muestra una manera más misteriosa de dividir un cuadrado en cuatro piezas para que aparezca un hueco.



El efecto se basa en el truco del cuadrado desaparecido, que hemos descrito anteriormente. Hay que dar la vuelta a dos piezas para lograrlo: la pieza larga del borde inferior y la pieza en forma de L. Si se retira la pieza de mayor tamaño (arriba a la izquierda), se obtiene otro triángulo de Gardner.

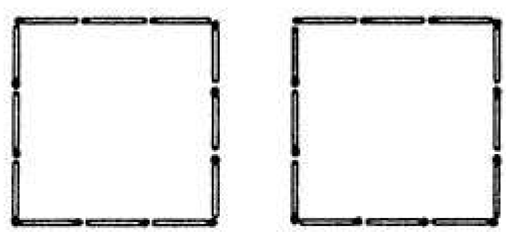
Capítulo 4

Juegos con cerillas

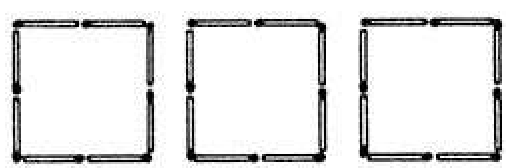
Todos los juegos de este grupo se llevan a cabo con cerillas. Se pueden usar también palillos de dientes o palitos de naranjo, siempre que sean de la misma longitud.

§ 69. Cuadrados de 24 cerillas

Toma 24 cerillas. ¿Cuántos cuadrados del mismo tamaño se pueden hacer con todas ellas? Con seis cerillas por lado, no obtendrás más que uno. Con cinco o cuatro cerillas por lado, no conseguirás ninguno. Con tres cerillas por lado, se forman dos cuadrados, como muestra la figura:



Con dos cerillas por lado, tendrás tres cuadrados.

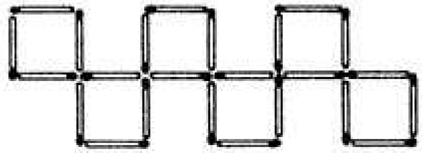


Supongamos que se permiten cuadrados de *distinto* tamaño.

a) Con tres cerillas por lado, ¿cuántos cuadrados extra más pequeños obtendrás? *(Pista:* Los cuadrados pueden superponerse.)

b) Demuestra que, con dos cerillas por lado, se pueden obtener un total de siete cuadrados.

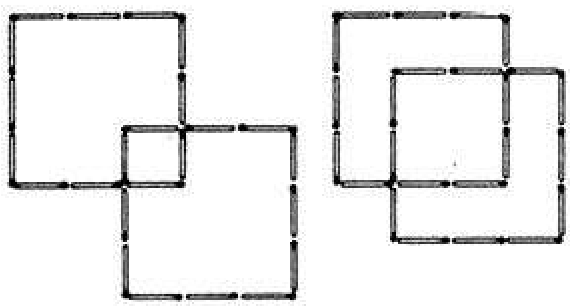
Con una cerilla por lado, se pueden hacer seis cuadrados iguales de la manera siguiente:



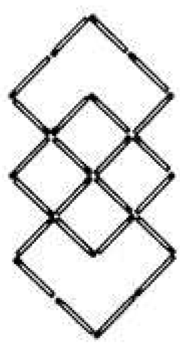
c) ¿Serías capaz de hacer siete cuadrados idénticos con una cerilla de lado? ¿Y ocho cuadrados idénticos? ¿Y nueve cuadrados idénticos? También salen algunos cuadrados extra, de mayor tamaño. Con los nueve cuadrados, hay cinco cuadrados extra.

Solución 69

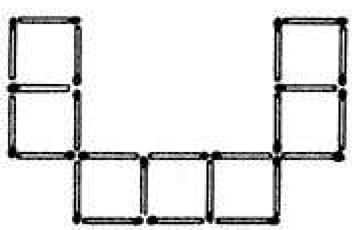
a) Un cuadrado extra en dos posiciones.



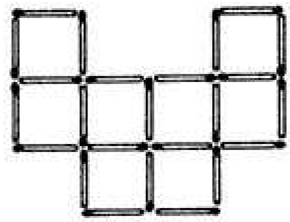
b) Cuatro cuadrados extra, siete en total.



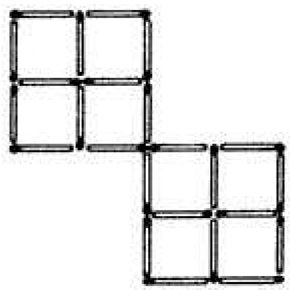
c) Siete cuadrados



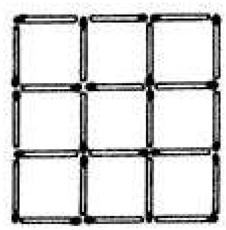
Ocho cuadrados con un cuadrado extra, de mayor tamaño.



Ocho cuadrados con dos cuadrados extra, de mayor tamaño.



Nueve cuadrados con cinco cuadrados extra.



CUADRADOS CON FRAGMENTOS DE CERILLAS

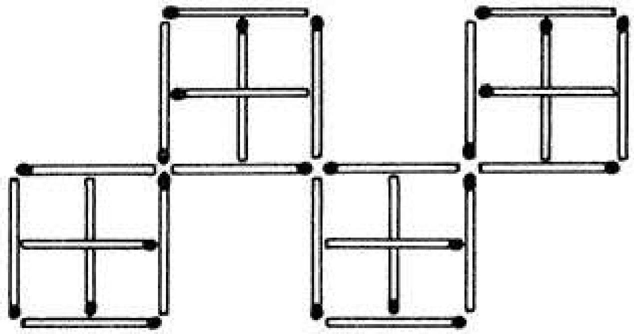
Para los tres juegos siguientes, se necesitan 24 cerillas. Hay que formar unos cuadrados con una parte de las cerillas y otros cuadrados con la otra porción de las mismas, cruzando unas sobre otras.

§ 70. Cuadrados de media cerilla

Utiliza media cerilla como lado del cuadrado. ¿Puedes formar 16 cuadrados pequeños? ¿Cuántos cuadrados de mayor tamaño ves?

Solución 70

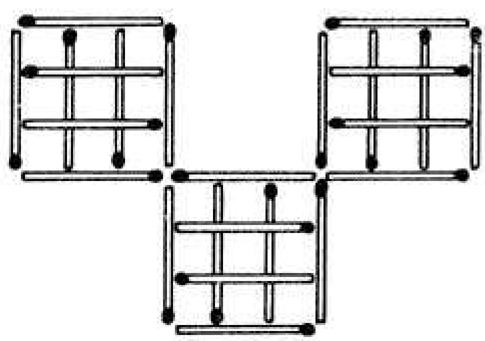
Sí. Cuatro cuadrados de mayor tamaño.



§ 71. Cuadrados de un tercio de cerilla

¿Puedes formar 27 cuadrados de un tercio de cerilla de lado? ¿Cuántos cuadrados de mayor tamaño ves?

Solución 71

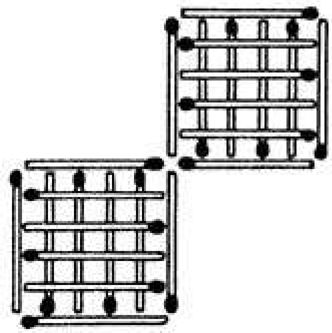


§ 72. Cuadrados de un quinto de cerilla

¿Puedes formar 50 cuadrados pequeños en dos cuadrados del tamaño de una cerilla? ¿Cuántos cuadrados mayores, de todos los tamaños, ves?

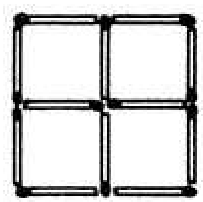
Solución 72

Sí. Sesenta cuadrados de mayor tamaño.



§ 73. Juegos de mover o quitar, I

Empieza con doce cerillas y disponías en cuatro cuadrados pequeños, como sigue:



a) Retira dos cerillas, dejando dos cuadrados de distinto tamaño.

b) Retira cuatro cerillas, dejando dos cuadrados iguales.

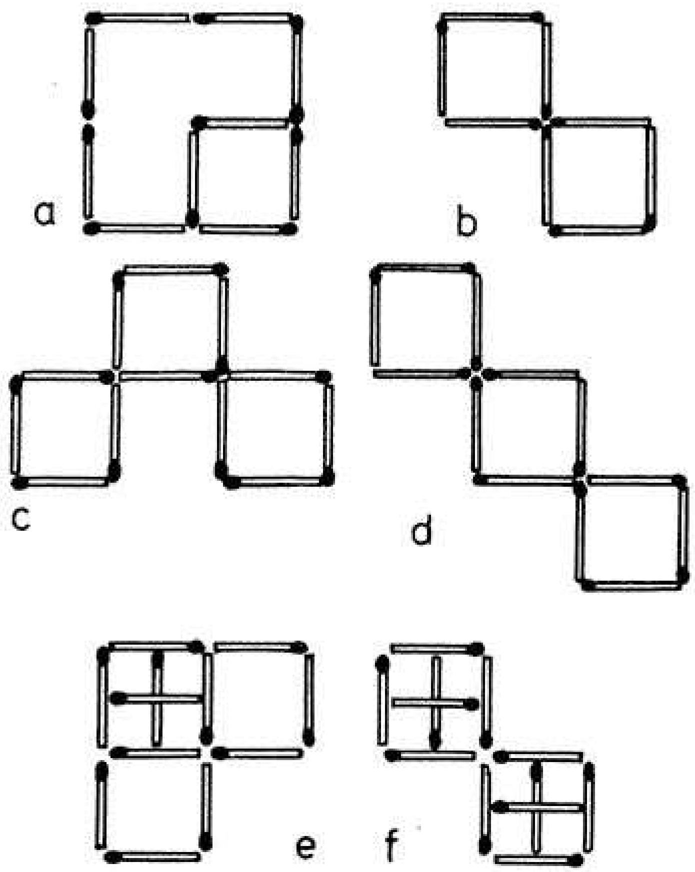
c) Mueve tres cerillas, para hacer tres cuadrados del mismo tamaño.

d) Mueve cuatro cerillas, para hacer tres cuadrados del mismo tamaño.

e) Mueve dos cerillas, para hacer siete cuadrados de tamaños diversos (tendrás que cruzar una cerilla sobre otra).

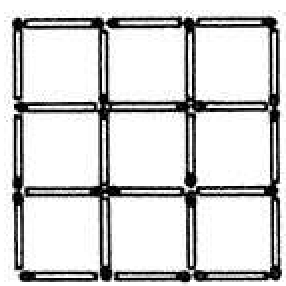
f) Mueve cuatro cerillas para hacer diez cuadrados, no todos del mismo tamaño (tendrás que cruzar más de una vez una cerilla sobre otra).

Solución 73



§ 74. Juegos de mover o quitar, II

Empieza con 24 cerillas y disponías en nueve cuadrados pequeños, como sigue:



a) Mueve doce cerillas, para hacer dos cuadrados del mismo tamaño.

b) Retira cuatro cerillas, para dejar cuatro cuadrados pequeños y un cuadrado de mayor tamaño.

c) Retira seis cerillas, para dejar tres cuadrados.

d) Retira ocho cerillas, dejando cuatro cuadrados de una cerilla de lado (dos soluciones).

e) Retira ocho cerillas, para dejar dos cuadrados (dos soluciones).

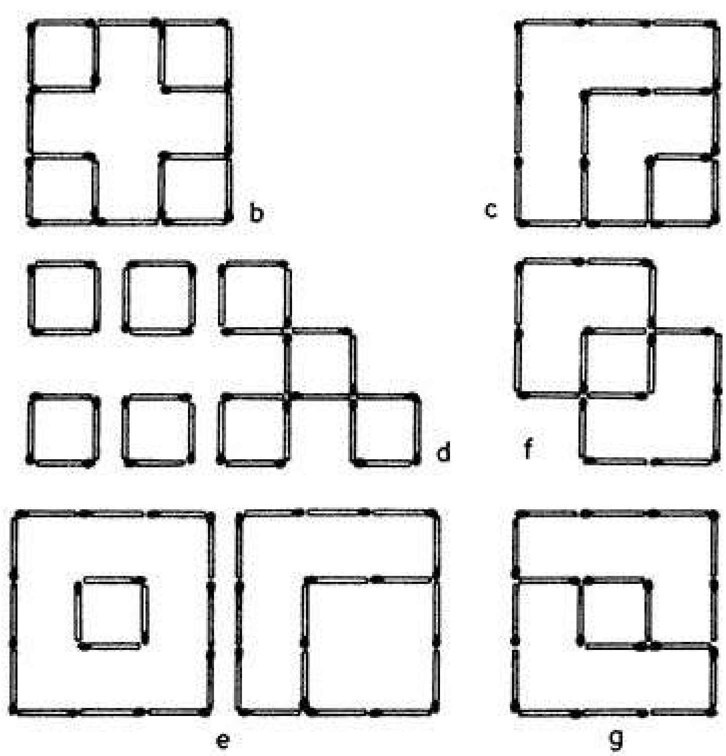
f) Retira ocho cerillas, para dejar tres cuadrados.

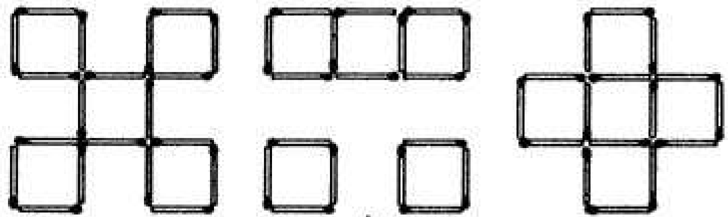
g) Retira seis cerillas, dejando dos cuadrados y dos figuras en forma de L.

h) Retira cuatro, seis y luego ocho cerillas, para formar cinco cuadrados, de una cerilla de lado.

Solución 74

a. Retira las doce cerillas del interior del cuadrado grande y empléalas para formar otro cuadrado mayor.



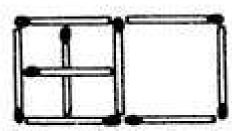


h

§ 75. Las ventanas

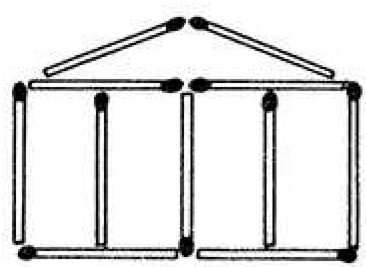
Construye seis cuadrados —no todos del mismo tamaño— con nueve cerillas. La solución presenta el aspecto de dos ventanas.

Solución 75



§ 76. El templo griego

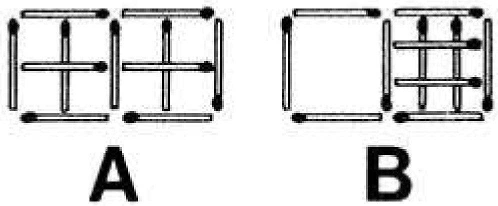
Este templo griego está hecho con once cerillas.



A) Cambia de sitio dos cerillas, de manera que obtengas once cuadrados.

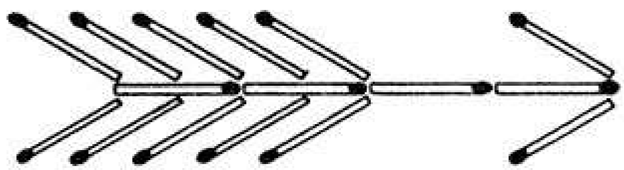
B) Cambia de sitio cuatro cerillas de manera que obtengas cinco cuadrados.

Solución 76



§ 77. Una flecha

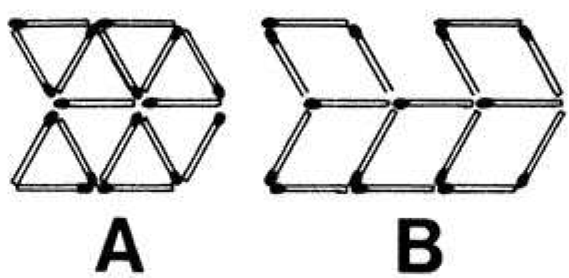
He aquí una flecha construida con dieciséis cerillas:



A) Mueve diez cerillas de la flecha, de manera que se formen ocho triángulos iguales.

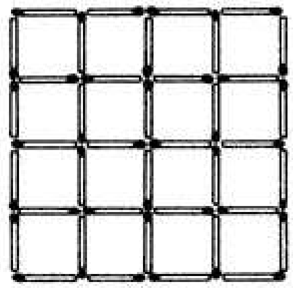
B) Mueve siete cerillas, de manera que se formen cinco figuras iguales de cuatro lados.

Solución 77



§ 78. Truco de desaparición

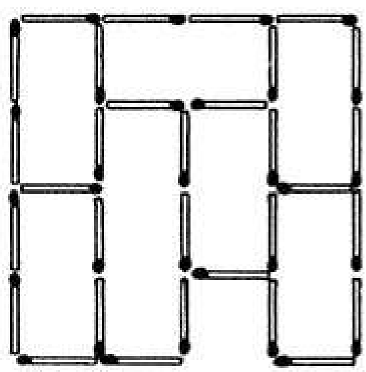
Tenemos dieciséis cuadrados de una cerilla de lado. ¿Pero cuántos cuadrados hay en total?



Retira nueve cerillas y haz desaparecer un cuadrado cualquiera, del tamaño que sea.

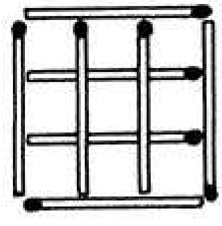
Solución 78

Tenemos un cuadrado de cuatro por cuatro, cuatro cuadrados de tres por tres, nueve cuadrados de dos por dos y, naturalmente, dieciséis cuadrados pequeños. O sea, 1 + 4 + 9 + 16 = 30 cuadrados en total.



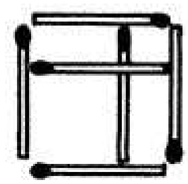
§ 79. Quitar dos

Como se ve, las ocho cerillas forman en este caso catorce cuadrados.



Retira dos cerillas y deja sólo tres cuadrados.

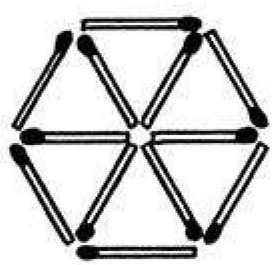
Solución 79

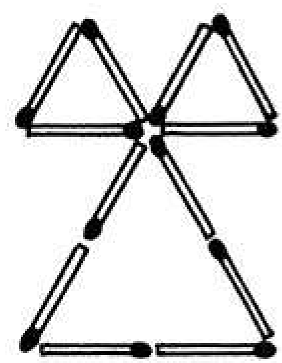


§ 80. Seis triángulos

Tres cerillas forman un triángulo con los tres lados iguales, es decir, un triángulo equilátero. Emplea doce cerillas para construir seis triángulos equiláteros todos del mismo tamaño. Una vez hecho esto, cambia de lugar cuatro de las cerillas para formar tres triángulos equiláteros de *distinto* tamaño.

Solución 80

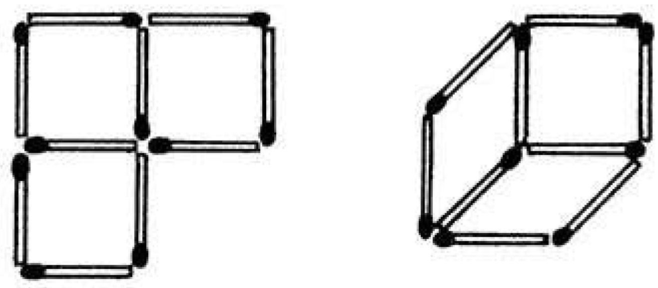




§ 81. Cuadrados y rombos

Forma tres cuadrados con diez cerillas. Retira una cerilla. Sin tocar uno de los cuadrados, ordena las otras cinco cerillas a su alrededor para construir dos rombos.

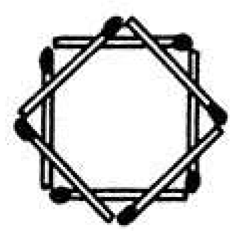
Solución 81



§ 82. Estrellas y cuadrados

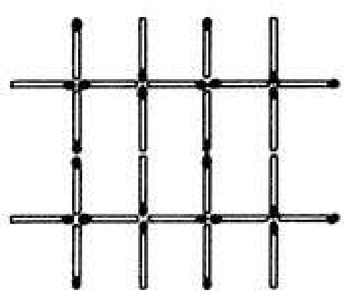
Coloca ocho cerillas de manera que formen dos cuadrados, ocho triángulos y una estrella de cinco puntas. Las cerillas pueden superponerse.

Solución 82

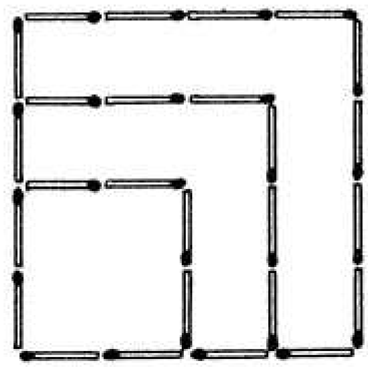


§ 83. La rejilla

Hay que cambiar de sitio catorce cerillas de esta rejilla para lograr tres cuadrados.

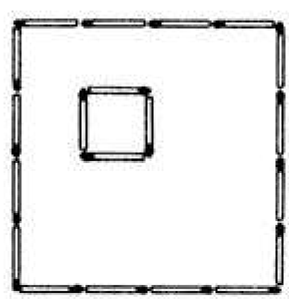


Solución 83

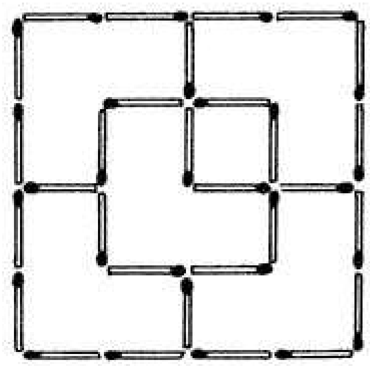


§ 84. Los cinco corrales

He aquí un campo, un cuadrado de cuatro cerillas de lado. En su interior hay un establo, un cuadrado de una cerilla de lado. El granjero desea parcelar el campo en cinco corrales iguales, en forma de L. ¿Cómo hacerlo? (Se necesitan diez cerillas más para efectuar la parcelación.)

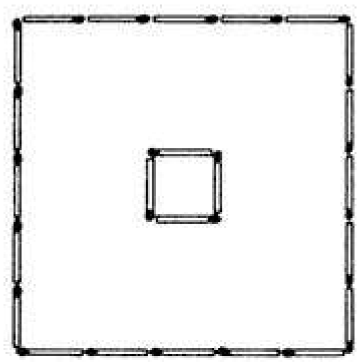


Solución 84



§ 85. El patio y el pozo

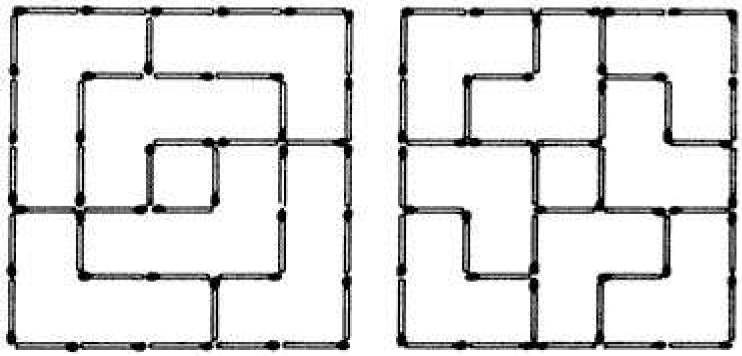
En el centro de este patio, que forma un cuadrado de cinco cerillas de lado, hay un pozo también cuadrado.



a) Utiliza diez cerillas más para dividir el patio en seis baldosas en forma de L, todas del mismo tamaño y forma.

b) Utiliza veinte cerillas más para dividir el patio en ocho baldosas iguales en forma de L.

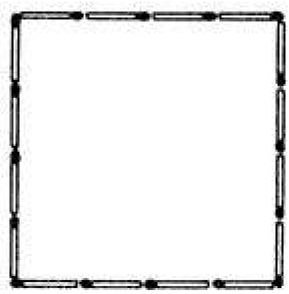
Solución 85



A B

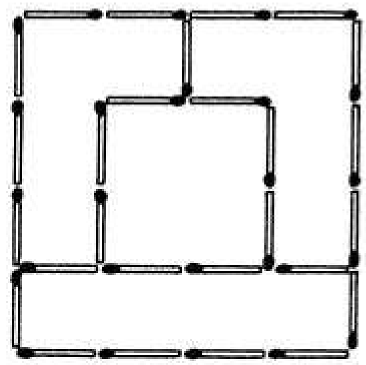
§ 86. Los cuatro solares iguales

Tenemos un terreno para edificar que forma un cuadrado con cuatro cerillas de lado. Considerando las cerillas como unidades, su área será de dieciséis «cerillas cuadradas» (4 × 4 = 16).



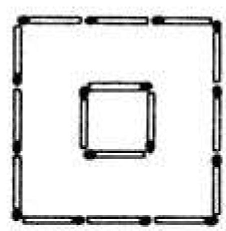
Añade once cerillas para dividir el terreno en cuatro solares, cada uno de ellos con un área de cuatro «cerillas cuadradas». Pero hay que hacerlo de modo que cada uno de los cuatro solares linde con los otros tres. Uno de los solares es un cuadrado, dos tienen forma de L, y el cuarto es un rectángulo.

Solución 86



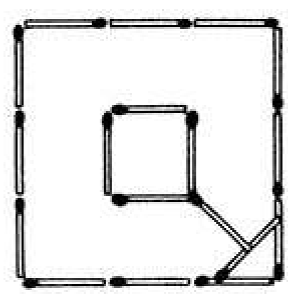
§ 87. El cruce del estanque

He aquí un jardín acuático con un islote cuadrado en el centro.



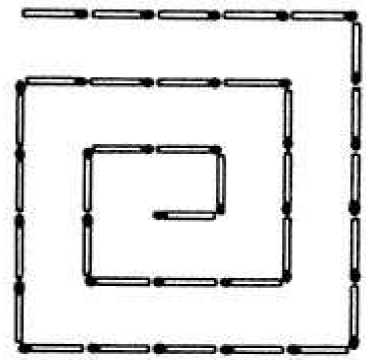
Añade dos «tablones» (cerillas) y cruza el agua para llegar al islote.

Solución 87

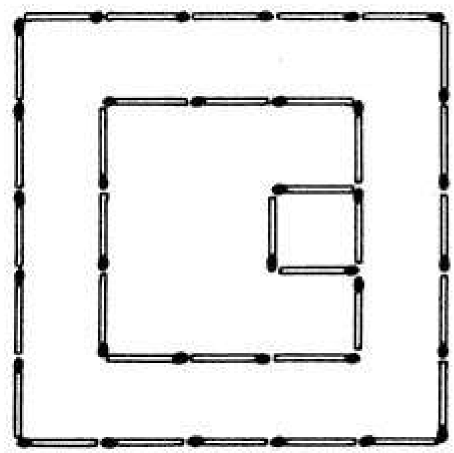


§ 88. La espiral convertida en cuadrados

Cambia de lugar cuatro cerillas en esta espiral para construir tres cuadrados.

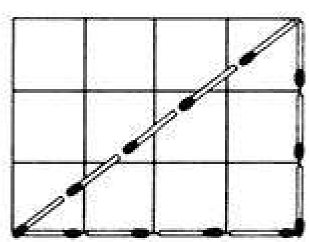


Solución 88



§ 89. Más trucos sobre triángulos

Construye con doce cerillas un triángulo de 3 × 4 × 5 unidades. Las cerillas están comprendidas en un área de seis «cerillas cuadradas» (cosa fácil de ver, ya que dicho triángulo es exactamente la mitad de un rectángulo de tres por cuatro, con un área de doce «cerillas cuadradas»).



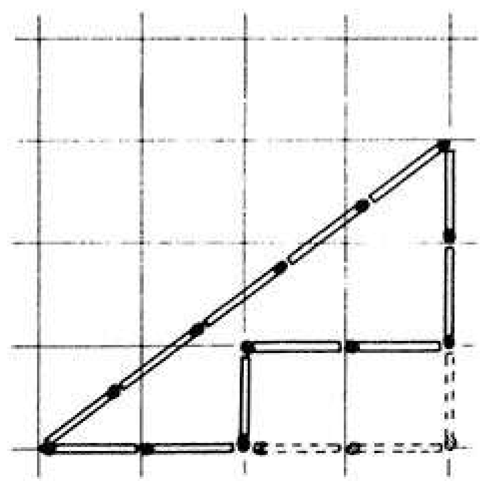
a) Cambia tres cerillas de lugar para formar una figura con un área de cuatro «cerillas cuadradas».

b) Cambia cuatro cerillas de lugar para formar una figura con un área de tres «cerillas cuadradas».

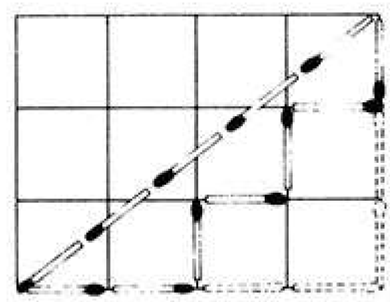
PISTA: Tanto en *a* como en *b,* cambia de lugar las cerillas de los lados más cortos del triángulo.

Solución 89

a) Cambia de lugar tres de las cerillas del ángulo inferior y colócalas del modo que indica el grabado para formar un escalón. El área será ahora de dos «cerillas cuadradas» menos que la del triángulo original (seis «cerillas cuadradas»). Por consiguiente, es igual a cuatro «cerillas cuadradas».



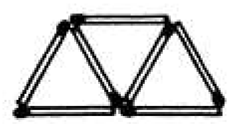
b) Cambia de lugar dos cerillas para formar otro escalón. El área será ahora de tres «cerillas cuadradas» menos, es decir, equivaldrá a tres «cerillas cuadradas».



§ 90. Trío de triángulos

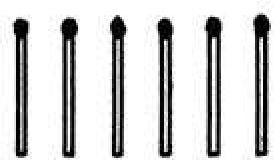
¿Se pueden construir exactamente cuatro triángulos equiláteros con siete cerillas?

Solución 90



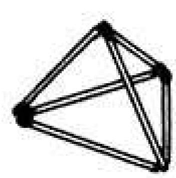
§ 91. Cuarteto de triángulos

¿Se pueden construir cuatro triángulos equiláteros con estas seis cerillas?



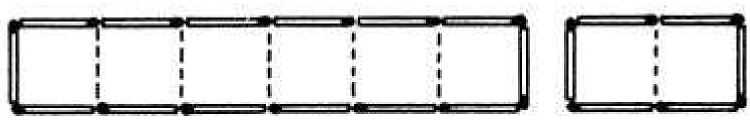
Solución 91

La solución es una pirámide triangular, un tetraedro.



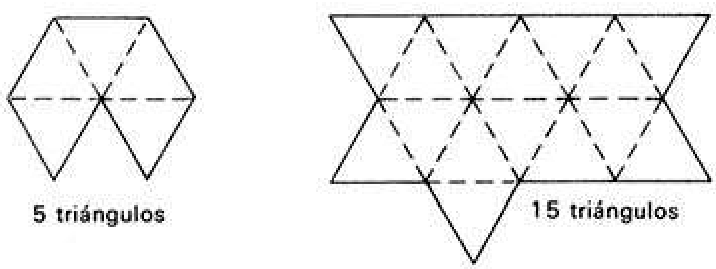
§ 92. Tres veces el área

Mira el rectángulo de la izquierda. Tiene tres veces el área del rectángulo de la derecha, como muestran las líneas de puntos.



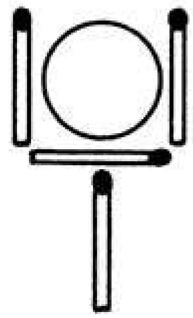
Añade una cerilla al rectángulo pequeño para que tenga siete cerillas. Transfórmalo en una figura compuesta por tres triángulos equiláteros. Añade ahora cuatro cerillas al rectángulo de la izquierda y transfórmalo en una figura compuesta por diecinueve triángulos equiláteros, es decir, un área equivalente a tres veces la figura anterior.

Solución 92



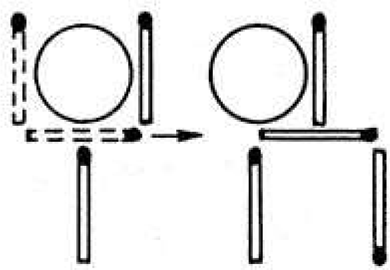
§ 93. La cereza en el vaso

Coloca una moneda y cuatro cerillas como muestra el grabado, con lo que figurará una cereza dentro de un vaso. Saca la cereza del vaso moviendo simplemente dos cerillas. Naturalmente, no debes tocar la cereza (la moneda).



Solución 93

Desliza una de las cerillas a la derecha y cambia la otra de la manera siguiente:

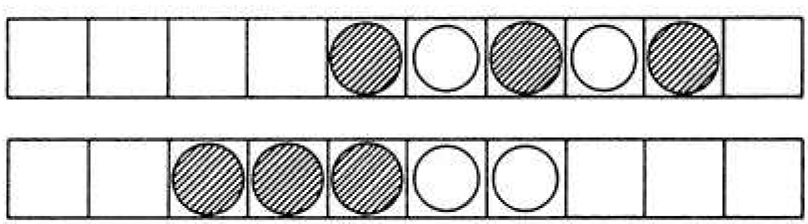


Capítulo 5
Problemas sobre monedas y maniobras

En esta sección se incluyen pasatiempos que consisten en cambiar monedas de sitio y los clásicos problemas del cruce de un río en barca. Se añade además una selección de problemas sobre maniobras ferroviarias. El mejor sistema para resolver estos últimos pasatiempos consiste en trazar un plano de las vías del ferrocarril, utilizar monedas o trozos de papel para figurar las máquinas y los vagones y moverlos sobre los raíles. Conviene ir anotando los movimientos que se hacen para no olvidarlos, cosa particularmente útil cuando se tiene éxito y se resuelve el problema. No hay nada más fastidioso que resolver un problema de este estilo y ser incapaz de recordar los movimientos que condujeron a la victoria.

§ 94. Colocación de monedas por pares

Coloca en fila tres monedas grandes y dos pequeñas, en este orden: una grande, una pequeña, una grande, una pequeña, una grande. Mueve las monedas de dos en dos, hasta que las tres grandes queden juntas y adyacentes a las dos pequeñas, como se ve en la segunda figura.

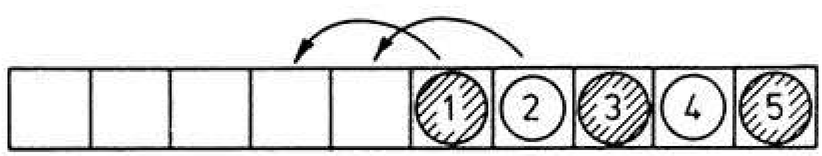


El movimiento se lleva a cabo como sigue: posa las yemas del primer y del segundo dedo sobre dos monedas cualesquiera —no tienen por qué ser adyacentes ni del mismo tamaño— y haz deslizar el par para dejarlo en otra parte de la fila, manteniendo siempre el mismo espacio entre las monedas, para lo cual te servirá de ayuda utilizar casillas.

No debes hacer que un par de monedas intercambien simplemente sus lugares. Cuando hayas terminado, no ha de quedar ningún espacio entre las monedas. Puedes moverlas cuantos espacios quieras, a la derecha o a la izquierda. Pero suele bastar con diez. ¿Puedes hacerlo en tres movimientos?

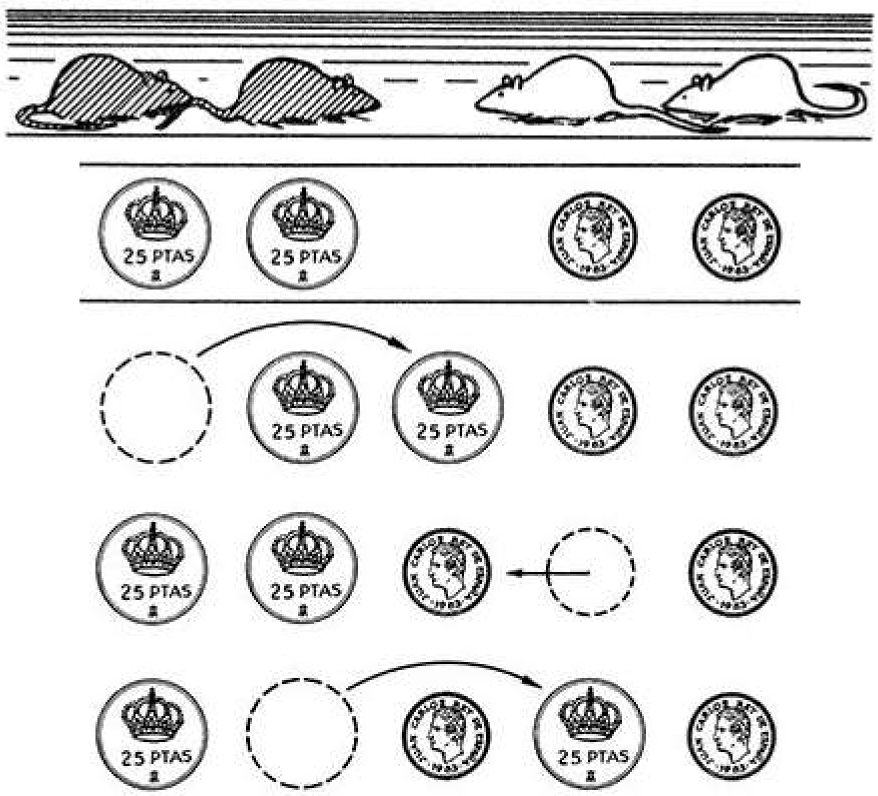
Solución 94

Para exponer bien la solución, hemos numerado las monedas. Pueden reagruparse en tres movimientos: traslada las monedas 1 y 2 dos lugares a la izquierda. Llena el hueco con la 4 y la 5. Haz saltar la 5 y la 3 al extremo izquierdo.



§ 95. Las ratas en el túnel

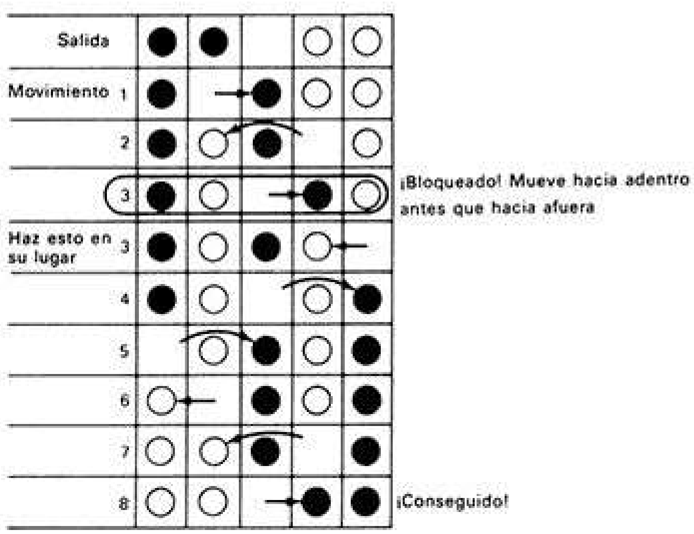
Dos ratas pardas y dos ratas blancas se encontraron de frente en un túnel. ¿Cómo hicieron para pasar y cambiar de extremo del túnel? Sólo podían moverse un espacio cada vez o montarse sobre otra rata (del mismo color o del otro) que estuviese inmediata. Pero les era imposible retroceder. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para que las ratas se crucen? He aquí las clases de movimientos permitidos:



Para resolver el problema, utiliza dos monedas grandes para las ratas pardas y dos monedas pequeñas para las ratas blancas. Colócalas en una línea, con un intervalo en el medio, como muestra el grabado.

Solución 95

Exponemos a continuación los ocho movimientos necesarios. Hay dos reglas generales: 1) Traslada una moneda al espacio vacío; luego, haz saltar otra moneda sobre la que acaba de moverse. 2) Los pasos y los saltos han de hacerse primero hacia el centro del túnel, antes de saltar o pasar hacia el exterior.



Añadimos un movimiento erróneo, el 3, para indicar cómo puede producirse un bloqueo. Las ratas quedarían entremezcladas, sin que hubiese dos espacios entre las ratas pardas o entre las ratas blancas.

§ 96. El truco de las tres monedas

Empieza con tres monedas, una de cara colocada entre dos de cruz. Cada movimiento en este juego consiste en volver dos monedas adyacentes la una a la otra.

a) ¿Puedes dejar todas las monedas de cara en sólo dos movimientos?

b) ¿Puedes lograr que queden arriba todas las monedas de cruz en cualquier número de movimientos?

Solución 96

a) Llamemos CA a las caras y CR a las cruces. Los movimientos son:

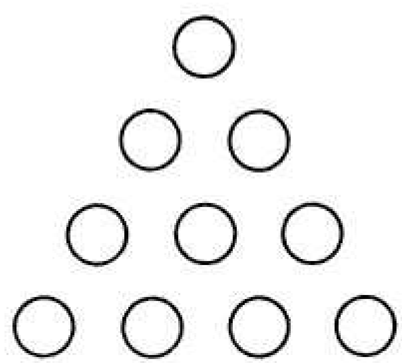
Posición de partida	*CR*	*CA*	*CR*
Primer movimiento	*CA*	*CR*	*CR*
Segundo movimiento	*CA*	*CA*	*CA*

¡Conseguido!

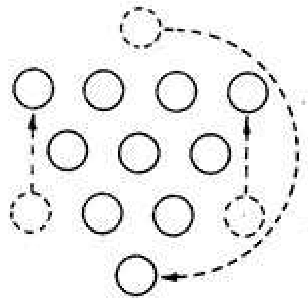
b) No, no puede hacerse. Ningún movimiento es capaz de alterar el hecho de que haya un número par o un número impar de cruces (o de caras). Como se ve por la tabla, en todos los estadios hay siempre un número impar de caras y un número par de cruces. Por consiguiente, no se puede llegar a tres cruces, puesto que el 3 es un número impar.

§ 97. Triángulo de monedas

Empieza con un triángulo compuesto por diez monedas, con el vértice hacia arriba como en el grabado. ¿Podrías convertirlo en un triángulo con el vértice hacia abajo, moviendo sólo tres monedas?



Solución 97

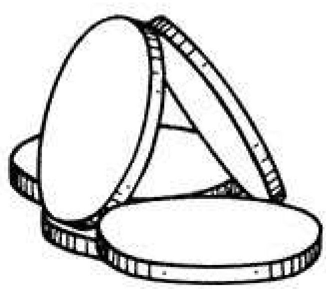


El truco consiste en mover las monedas en sentido opuesto a aquel en que se desea que quede el vértice del triángulo.

§ 98. El truco de las cinco monedas

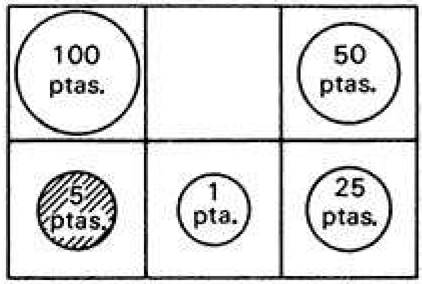
Toma cinco monedas de la misma clase, de una peseta por ejemplo. ¿Puedes colocarlas de tal modo que cada una toque a las otras cuatro?

Solución 98



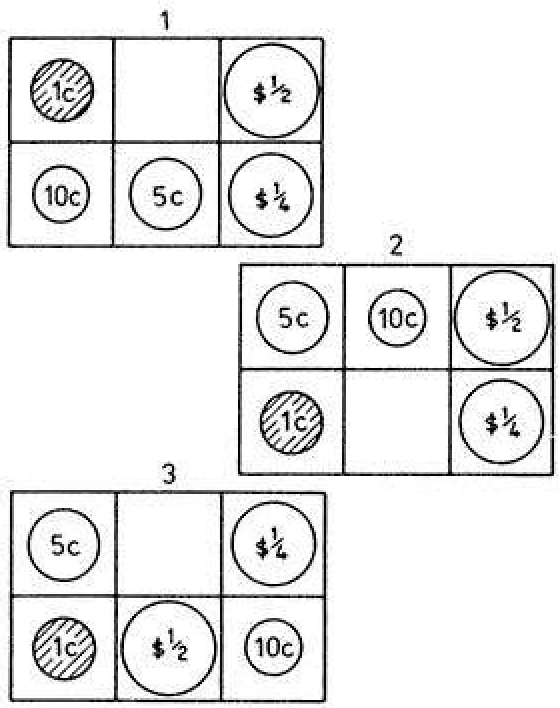
§ 99. El problema de las cinco monedas

¿Se pueden ir pasando las monedas al espacio vacío de manera que la de una peseta y la de cien pesetas queden una debajo de la otra a la izquierda, es decir, al contrario de como estaban?



Solución 99

El plan general es el siguiente. Se puede reducir el número de movimientos, pero la descripción que damos resulta fácil de recordar.

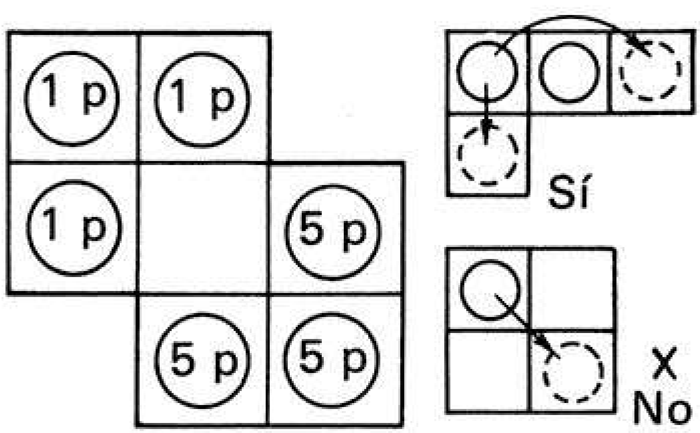


Vas corriendo las cinco monedas en el sentido de las agujas del reloj, hasta que la de cien pesetas quede en la esquina superior derecha (figura 1). Como se ve, hay ahora un espacio entre las cien pesetas y las cinco. Detengamos ahí la circulación de las monedas. En eso radica el quid de la cuestión. Haz correr ahora exclusivamente las monedas de una, cinco y veinticinco pesetas en el sentido de las agujas del reloj, hasta que la de cinco quede en la esquina inferior izquierda (figura 2). A continuación, mueve sólo las monedas de diez, cien y cincuenta pesetas en el sentido de las agujas del reloj, hasta que la de cien quede al lado de la de una (figura 3). Todo lo que tienes que hacer ahora es correr las cinco monedas en el sentido de las agujas del reloj, hasta que la moneda de cinco pesetas quede justo encima de la de cien.

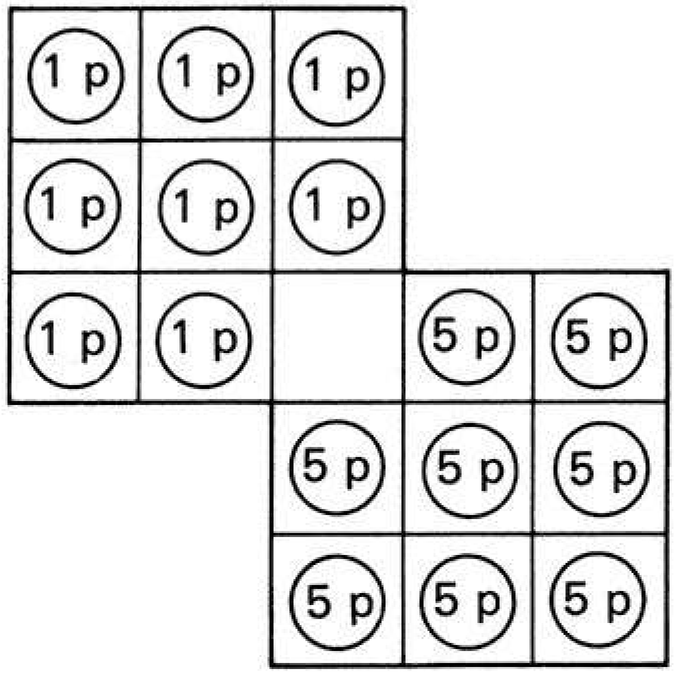
El truco consiste en dividir el movimiento de la circulación de las monedas en dos e invertir el sentido del movimiento para tres de ellas.

§ 100. Cambio de monedas

Coloca tres monedas de una peseta y tres monedas de cinco pesetas como muestra el grabado. ¿Se puede hacer que las monedas de peseta y las de cinco intercambien sus puestos? Sólo se permite mover una moneda a la vez. Pásala directamente a una casilla vacía o hazla saltar por encima de otra moneda a un lugar vacío. No se puede mover o saltar en diagonal.



Intenta ahora resolver este otro pasatiempo:



Solución 100

Las monedas grandes y pequeñas *pueden* cambiar de lugar en ambos casos.

§ 101. ¿Misión imposible?

Dos agentes secretos, 005 y 007, cada uno por su lado, intentan sacar de Slobodia a dos grandes científicos. No hay más que un camino: cruzar el Danubio rojo. El hombre del agente 005 es el doctor Fünf; el del agente 007, el doctor Sieben.

Ninguno de los científicos se atreve a quedarse con el otro agente sin que el suyo se halle también presente. Pero tampoco se puede permitir que los científicos se queden juntos y solos, por miedo a que intercambien importantes secretos. Se trata de un caso en el que se prohíben los grupos de dos, pero se permiten los de tres.

Por ejemplo, el doctor Fünf no puede atravesar el río con el agente 007, ni quedarse solo con él en la otra orilla del río. En cambio, sí puede permanecer en la otra orilla si ambos agentes se encuentran con él. ¿Cómo lograron los agentes que los científicos cruzaran el río?

INDICACIÓN: Necesitaron cruzar cinco veces de orilla a orilla para completar su misión.

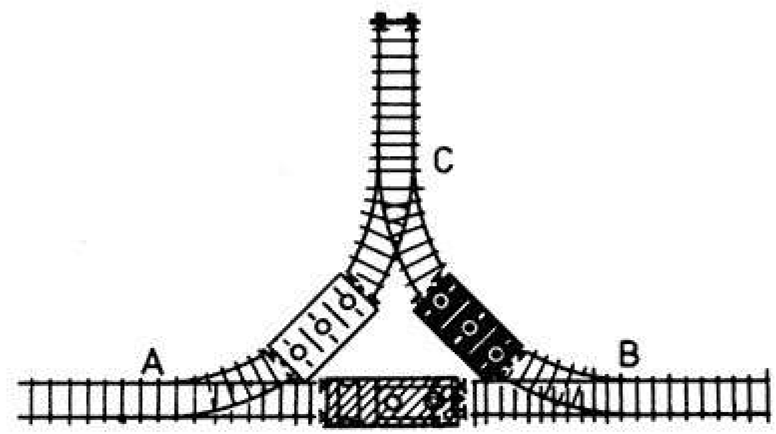
Solución 101

Llamemos *F* al doctor Fünf, *S* al doctor Sieben, y 5 y 7 respectivamente a los dos agentes. Veamos un modo en el que éstos pueden cumplir su misión *F, 5, S* y *7* empiezan en la orilla slobodiana. En primer lugar, cruzan el rio *F* y *5*. *F* se queda en la nueva orilla, mientras que *5* regresa, recoge a su compañero, el agente *7*, y le cruza, dejando a *S* solo en la orilla slobodiana. A continuación *7* vuelve a cruzar solo, recoge a *S* y ambos cruzan definitivamente el río. ¡Una misión *muy posible*!

§ 102. Cambio de vía

El conductor de una locomotora en maniobras se enfrenta a un problema: tiene que cambiar de vía dos vagones, uno blanco y otro negro, estacionados en el apartadero en forma de triángulo que muestra el grabado. Es decir, ha de cambiar el vagón blanco del ramal *AC* al ramal *BC,* y el vagón negro del ramal *BC* al ramal *AC.*

El apartadero sólo puede contener la locomotora o uno de los vagones. La locomotora puede ir de *A* a *B,* dar marcha atrás hasta sobrepasar *C* y volver hacia adelante de *C a A.* Si hace eso, quedará en sentido contrario al llegar a *AB.* Pero al conductor no le importa en qué sentido se encuentra la locomotora. ¿Puede cambiar de vía los vagones en seis movimientos? Cada enganche y cada desenganche se consideran como un movimiento.



Recuerda que el maquinista puede enganchar los dos vagones a la locomotora y luego desenganchar uno solo de ellos.

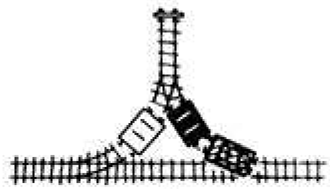
Para resolver el problema del cambio de vía, traza un esquema grande de la red y utiliza monedas para figurar la locomotora y los vagones.

Solución 102

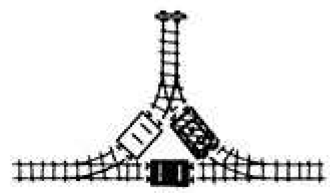
He aquí los seis movimientos:

1) El conductor de la locomotora avanza hasta pasar a *B*, retrocede para entrar en *BC* y engancha el vagón negro.

2) Tira del vagón negro hasta pasar *B*, retrocede para entrar en *AB* y desengancha el vagón. Avanza después de nuevo hasta pasar *B* y retrocede para penetrar otra vez en *BC.*



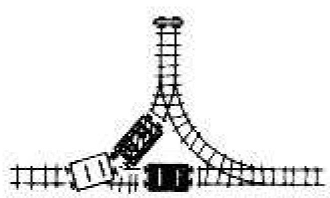
1



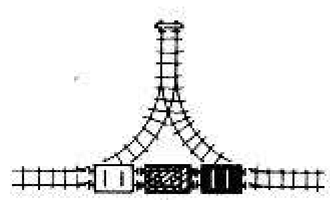
2

3) Retrocede hasta pasar *C*, cambia de vía para entrar en *AC* y engancha el vagón blanco.

4) Empujando el vagón blanco, se mete en la línea principal hasta pasar *A*. Siempre con el vagón blanco enganchado, retrocede a lo largo de *AB* y engancha también el vagón negro, quedando entre los dos vagones.



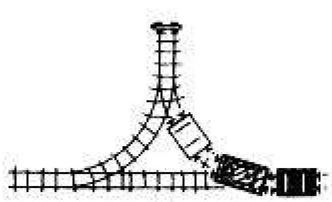
3



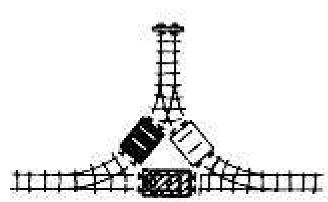
4

5) Metido entre los dos vagones, da marcha atrás hasta pasar *B.* Después sube por *BC,* donde desengancha el vagón blanco.

6) Retrocede ahora hasta pasar *B* y avanza hasta pasar *A*, siempre remolcando el vagón negro. Retrocede luego para entrar en *AC* y lo desengancha. Sale de *AC* hasta pasar *A* y da marcha atrás para entrar en el tramo *AB*, en el que queda en el sentido contrario al que presentaba al principio.



5

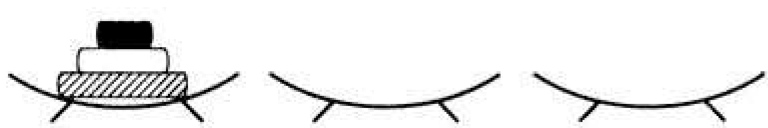


6

§ 103. Reagrupación de monedas

Este juego se basa en otro llamado «La torre de Hanói», el cual se compone de sesenta y cuatro discos de madera de tres tamaños distintos. Se empieza con los discos colocados en uno de los tres recipientes, los más anchos en el fondo, los pequeños en la cima. Los discos tienen que ser reagrupados en otro recipiente, conservando el mismo orden y cambiando sólo uno de ellos a la vez. Se cuenta que el juego les fue enviado a unos monjes budistas. Realizando un movimiento por segundo, hubieran necesitado unos 585 mil millones de años para terminarlo...

Presentamos aquí una nueva —¡y más corta!— versión de este antiguo pasatiempo. Coloca tres platillos, o tres posavasos, en una fila. Pon en el primer platillo, el de la izquierda, una moneda de veinticinco pesetas, otra de cinco y otra de peseta, la de veinticinco pesetas en el fondo y la de peseta encima, como muestra el grabado. Reordena las monedas en el platillo de la derecha conservando exactamente el mismo orden. Se han de seguir las reglas siguientes: cambiar sólo una moneda a la vez de un platillo a otro. Poner *siempre* las monedas sobre otra de mayor tamaño. No colocar *nunca* una moneda encima de otra más pequeña. Utiliza los tres platillos para mover las monedas. Puedes moverlas adelante y atrás.

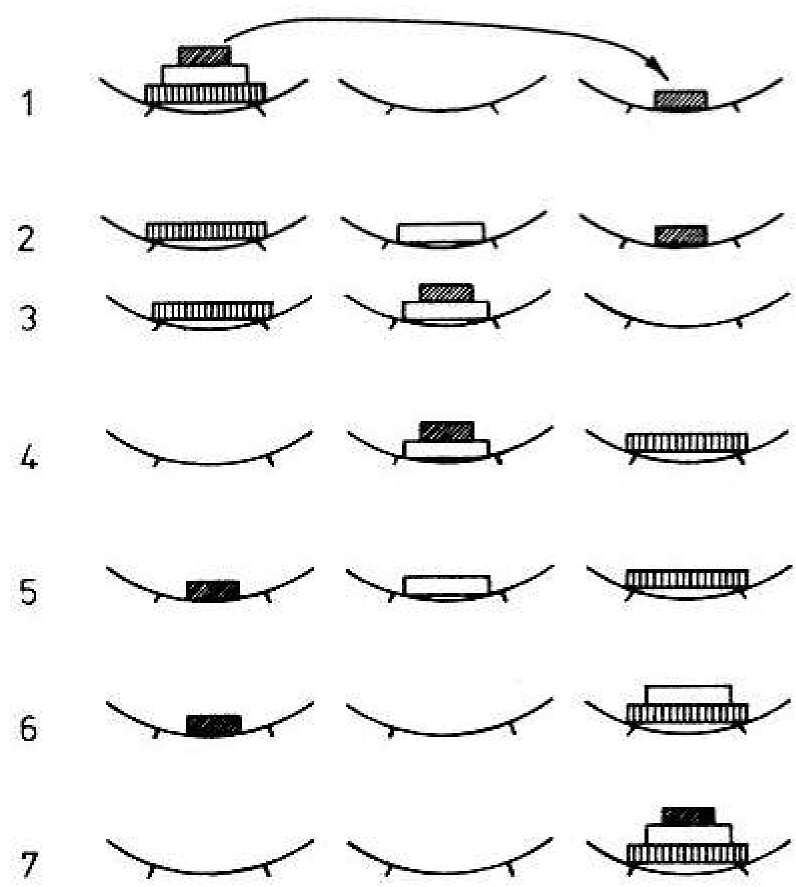


Solución 103

Basta con siete movimientos, de modo que no te llevarían *demasiado* tiempo. He aquí la relación entre el número de movimientos y el número de monedas:

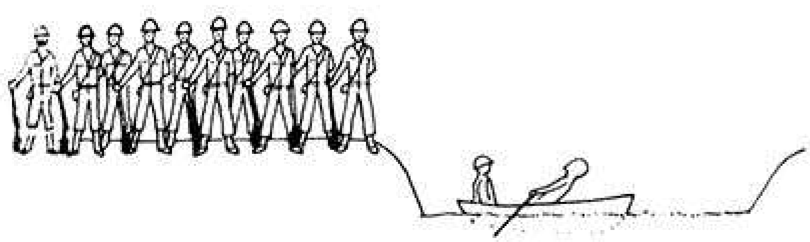
Monedas	1	2	3	4	5
Movimientos	1	3	7	15	31

El número de movimientos es igual a 2 multiplicado por sí mismo tantas veces como monedas entren en el juego, menos 1. Por ejemplo, para tres monedas será (2 × 2 ×2) menos 1, o: 8 – 1 = 7.



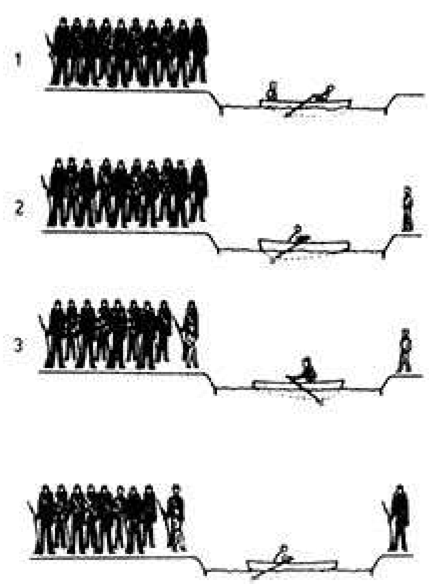
§ 104. El cruce del río

Un pelotón de soldados tiene que cruzar un río. El puente está aguas abajo, y el río es ancho. De pronto, el oficial que manda el pelotón descubre a dos niños que juegan en un pequeño bote de remos. En el bote sólo caben uno o dos niños o bien un soldado, *no* un niño y un soldado, por ejemplo. Aun así, el pelotón consigue cruzar el río en el bote. ¿Cómo? Prueba a resolverlo con cerillas. Las cerillas serán los personajes, la caja de las cerillas el bote, y la mesa simulará el río.



Solución 104

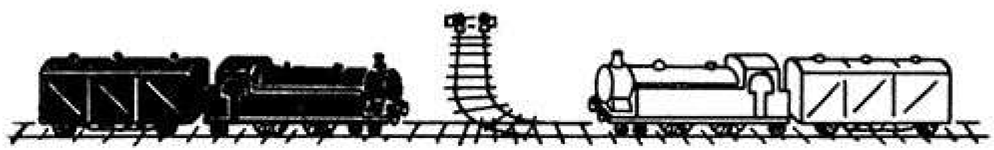
Primero cruzan los dos niños en el bote:



Ahora, uno de los soldados está ya en la otra orilla del río, mientras que los dos niños han vuelto al punto de partida, junto a los demás soldados. La operación se repite tantas veces como soldados hay. Observa que no aclaramos cuántos soldados componen el pelotón. El dato no modifica el problema.

§ 105. ¿Se producirá o no la colisión?

Dos trenes se encuentran frente a frente en un tramo de vía única, en pleno desierto: una locomotora (*N*) y un vagón negro a la izquierda; una locomotora (*B*) y un vagón blanco a la derecha. Hay un pequeño apartadero, en el que no caben más que una locomotora o un vagón, pero no los dos a la vez. Gracias al ramal, las locomotoras y los vagones podrán cambiar de vía y acabarán por cruzarse. ¿Cuántas veces tendrán que dar marcha atrás o retroceder los maquinistas? Cuenta cada marcha atrás como un movimiento. Los vagones no se pueden enganchar a la *parte delantera* de la locomotora.



Solución 105

1) *B* (la locomotora blanca), con su vagón, recula hacia la derecha (un retroceso).

2) *B* entra en el apartadero, dejando su vagón en la vía principal.

3) *N* (la locomotora negra), con su vagón, avanza hacia la derecha.

4) *B* vuelve a entrar en la vía principal (dos retrocesos).

5) *B* engancha el vagón negro y lo traslada a la izquierda del apartadero.

6) *N* da marcha atrás y entra en el apartadero (tres retrocesos).

7) *B* y el vagón negro reculan hacia la derecha y enlazan con el

vagón blanco (cuatro retrocesos).

8) *B* arrastra los dos vagones a la izquierda del apartadero.

9) *N* entra en la vía principal.

10) *N* retrocede hasta llegar al otro tren (cinco retrocesos).

11) *N* engancha los dos vagones y los arrastra hacia la derecha.

12) *N* recula para dejar el vagón trasero (el negro) en el apartadero (seis retrocesos).

13) *N* arrastra el otro vagón a la derecha.

14) *B* retrocede hasta pasar la desviación del apartadero y recoge el vagón blanco, desenganchándolo de la otra locomotora (siete retrocesos).

15) *B* arrastra su vagón a la izquierda y se aleja.

16) *N* retrocede hasta el apartadero y engancha su vagón (ocho retrocesos).

17) La locomotora negra arrastra su vagón fuera del apartadero hasta hacerlo entrar en la vía principal y continúa su camino.

Capítulo 6
Problemas de razonamiento y lógica

He incluido en esta sección algunos nuevos ejercicios de razonamiento a base de fichas. Y también una selección de testes de CI (coeficiente intelectual), testes de diversos tipos, tanto de naturaleza visual como matemática. La sección continúa con un muestrario de los más conocidos (y menos conocidos) pasatiempos lógicos, que exigen un razonamiento riguroso. Y concluye con algunos problemas lógicos poco comunes, que raras veces se ven en los libros de pasatiempos.

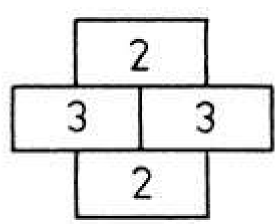
§ 106. Razonamiento sobre fichas

Los problemas siguientes consisten en colocar seis fichas rectangulares de manera que cada una toque sólo a otras fichas determinadas. Se publicaron originalmente en un libro de Edward de Bono, *Five-Day Course in Thinking* (Nueva York, Basic Books, 1967). Incluyo estos problemas por considerarlos un ingenioso ejercicio de razonamiento. Tal vez encuentres la solución distribuyendo simplemente las fichas al azar sobre una mesa, con la esperanza de acertar por casualidad. Y naturalmente, a lo mejor descubres por este camino la pauta que han de seguir. O bien, puedes adoptar un enfoque menos a la buena de Dios y deducir cuidadosamente la pauta, ficha por ficha. Un método vale tanto como el otro. Todos servirán en la medida en que te proporcionen la respuesta exacta.

Este pasatiempo nos enseña una lección muy sencilla. Con frecuencia, no logramos resolver un problema porque pensamos en él en conjunto. Y así, nuestro razonamiento, mejor dicho, *una vía* de nuestro razonamiento, queda bloqueada. Dicha lección es la siguiente: si una vía de razonamiento se revela como inadecuada, prueba con otra. A menudo, cuanto más ridículo parece el nuevo camino adoptado, mejor resulta.

Otra advertencia: no descartes las ideas que no te dan resultado. Saber que una determinada pauta no conduce a la solución tiene valor en sí misma. El quid está en *recordar* todos esos «callejones sin salida», a fin de que no se nos ocurra repetirlos y acabemos por perder la paciencia. Las cajas de cerillas suponen un buen sustituto casero de las fichas.

A. Coloca seis fichas de manera que cada una de ellas toque únicamente a otras dos. Deben tocarse a nivel de la superficie. No está permitido que se «claven» unas en otras. Para facilitar la solución del problema, dibuja todas las formas que se te ocurran y anota en cada una de las fichas el número de aquellas otras a las que toca, como muestra el grabado. La forma que damos como ejemplo no es acertada, ya que hay dos fichas que tocan a otras *tres.*



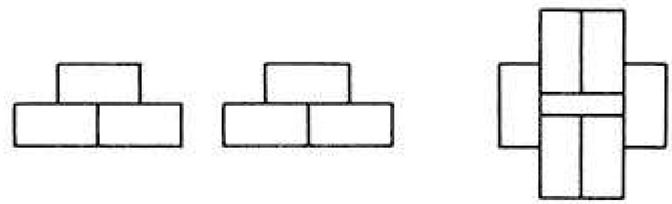
B. Coloca seis fichas de manera que cada una toque solamente a otras tres.

C. Coloca las fichas de manera que cada una toque a otras cuatro.

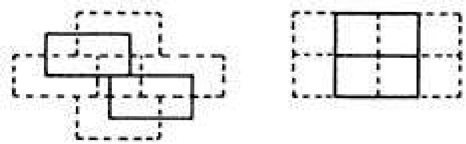
D. Colócalas de manera que cada una toque a otras cinco.

Solución 106

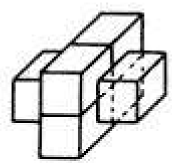
A.



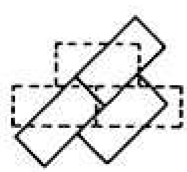
B.



C.



D.



§ 107. El orden marciano

En las escuelas de Marte, los niños marcianos se ponen en fila siguiendo un orden basado en dos reglas: en primer lugar, las chicas van delante de los chicos. En segundo lugar, si hay dos chicas juntas, la más alta se coloca primero. Y lo mismo ocurre cuando hay dos chicos juntos en una fila. Zane, un chico marciano, tiene la misma estatura que Thalia (una chica), pero es más alto que su amigo Xeron (otro chico), *a)* ¿Cómo se alinearán los tres, de izquierda a derecha? *b*) Después se les une Sheree (una chica), amiga de Thalia y más alta que ésta. ¿Cuál será ahora la alineación?

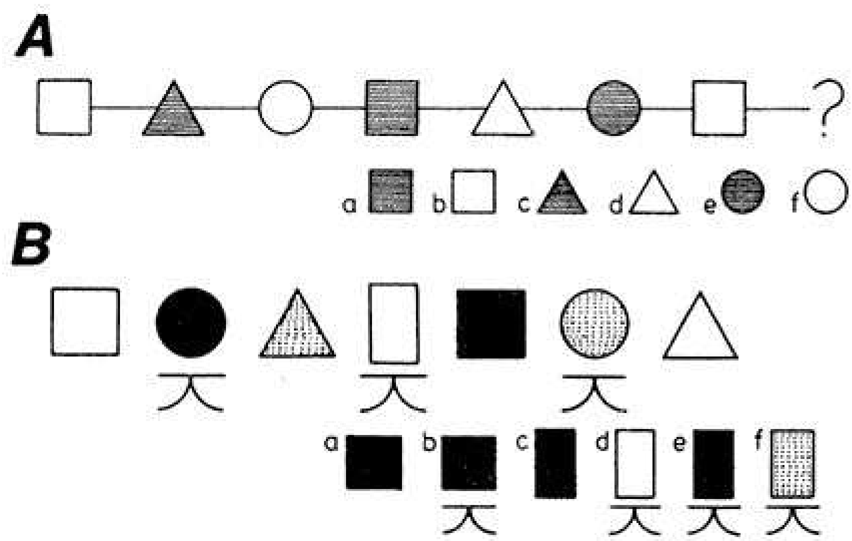
Solución 107

a) Thalia, Zane, Xeron;

b) Sheree, Thalia, Zane, Xeron.

§ 108. ¿Cuál es la figura siguiente?

He aquí dos problemas de formas, de la clase de los que se incluyen en los testes de inteligencia. Sigue la secuencia de las figuras en cada uno de ellos, de izquierda a derecha. Averigua cuál de las fichas señaladas con letras encaja mejor al final de cada línea.



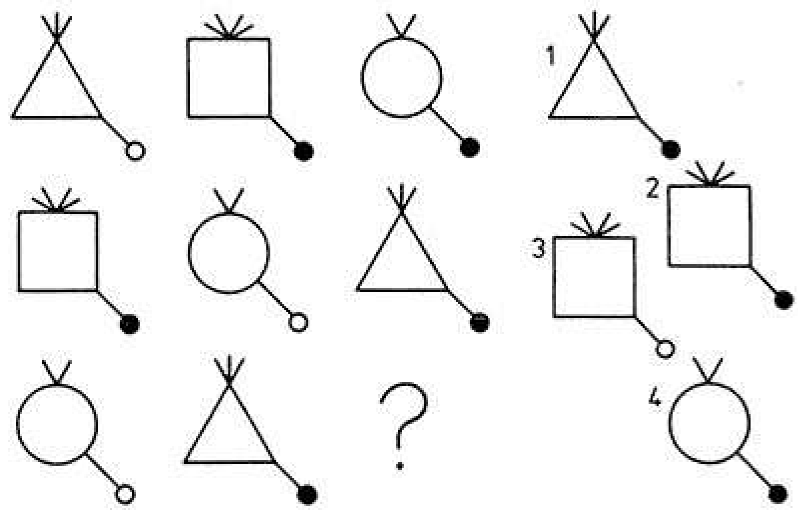
Solución 108

A) La figura *c.*

B) La figura *e.*

§ 109. Test de CI

Veamos otro pasatiempo de los de testes de CI. Observa las cuatro figuras numeradas y di cuál de ellas encaja mejor en el espacio vacío de la esquina inferior derecha del grabado.

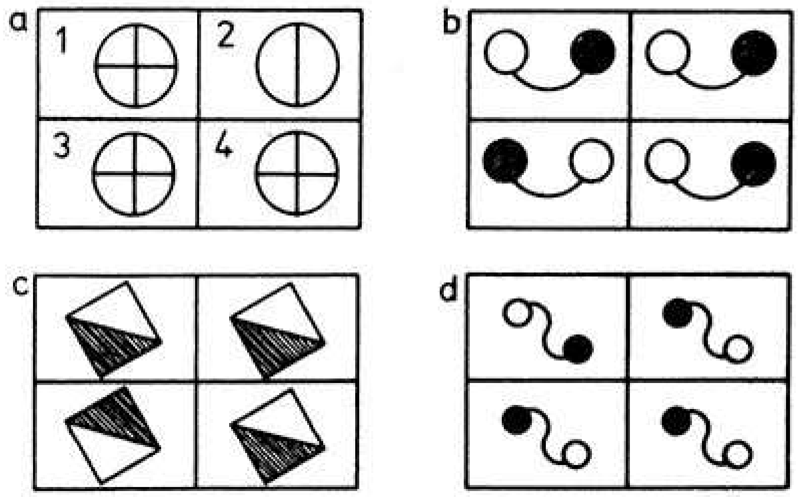


Solución 109

La figura 3.

§ 110. Eliminación de la figura dispar

En cada una de las series de figuras del grabado (1, 2, 3 y 4), hay una dispar, es decir, se diferencia en algún detalle de las otras tres. ¿Puedes señalarlas en las cuatro series?



Solución 110

a) 2;

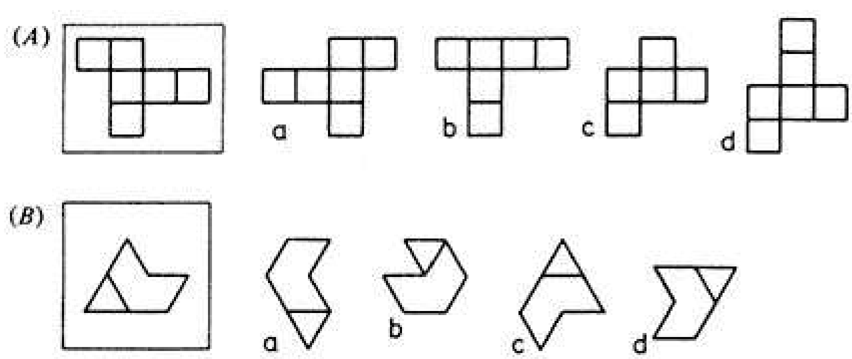
b) 3;

c) 3;

d) 1.

§ 111. La misma figura

¿Cuáles de las figuras señaladas con letras coinciden con las encerradas en un recuadro, a la izquierda?



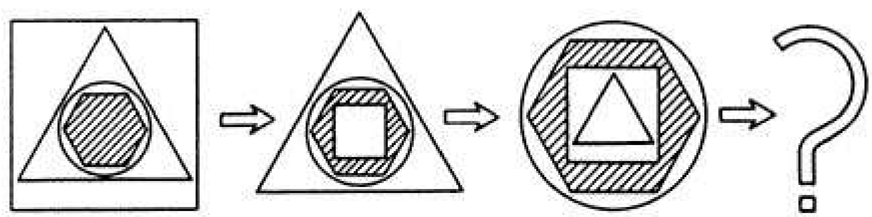
Solución 111

A) La figura *d.*

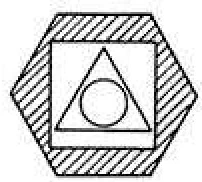
B) La figura *c.*

§ 112. La próxima figura, por favor

¿Puedes decir cuál es la figura siguiente de esta serie?



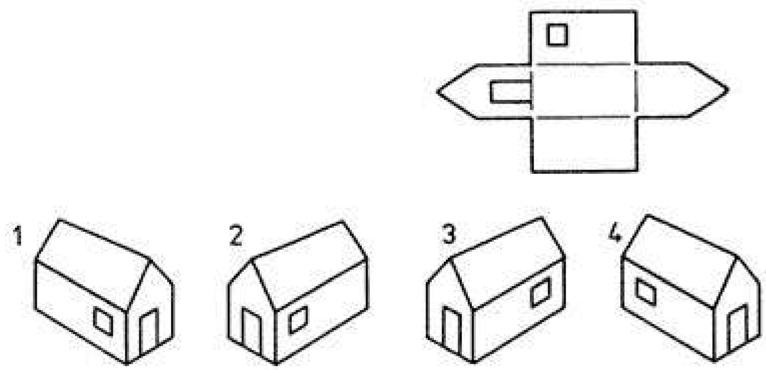
Solución 112



§ 113. La casa apropiada

He aquí otro test de CI o, más bien, un test de aptitud. Observa las casas numeradas. Sólo una de ellas podría construirse doblando el plano. ¿Cuál?

Si puedes verla mentalmente sin dificultades, quienes te apliquen el test te dirán que posees facultades para ser ingeniero. O tal vez aciertes porque conoces las casas apropiadas para ti.



Solución 113

La casa número 1.

§ 114. ¿Quién dice la verdad?

El juez escuchó con curiosidad a cuatro conocidos timadores.

—Están ustedes mintiendo a mansalva —dijo—. Pretenden hacerse pasar por mejor de lo que son.

El policía se echó a reír y dijo:

—Da la casualidad de que sé que *uno* de ellos *dice* la verdad.

El juez preguntó bruscamente:

—Muy bien, ¿qué tienen que decir en su defensa?

—Uno de nosotros miente —dijo Alberto.

—No, se lo aseguro. Dos de nosotros mienten —afirmó Benito.

—Hágame caso a mí —intervino Claudio—. Tres de nosotros mienten.

—No, no es cierto —le desmintió Darío—. Los cuatro decimos la verdad.

¿Cuál de ellos decía la verdad? Hay que aclarar que el policía tenía razón.

Solución 114

Claudio

§ 115. El problema de los productos químicos coloreados

El señor Ido, el químico, tiene seis frascos llenos de líquidos coloreados. Hay uno de cada color del arco iris: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul y violeta. El señor Ido sabe que algunos de esos líquidos son tóxicos. Pero no recuerda cuáles... Sin embargo, *sí* recuerda algunos datos; a partir de ellos, serás capaz de descubrir cuáles son los frascos coloreados que contienen veneno.

En cada uno de los siguientes pares de frascos hay uno con veneno y el otro no: *a*) los frascos violeta y azul; *b*) los frascos rojo y amarillo; c) los frascos azul y anaranjado. El señor Ido recuerda también que en estos otros pares de frascos hay uno sin veneno: *a'*) el violeta y el amarillo; *b'*) el rojo y el anaranjado; *c'*) el verde y el azul.

—¡Ah! Casi lo olvido —añade el señor Ido—. El líquido del frasco rojo no es venenoso.

¿Qué frascos contienen veneno?

Solución 115

Los líquidos anaranjado, amarillo y verde son venenosos.

§ 116. El señor Pardo, el señor Castaño y el señor Blanco

Tres hombres se encuentran en la calle: el señor Pardo, el señor

Castaño y el señor Blanco.

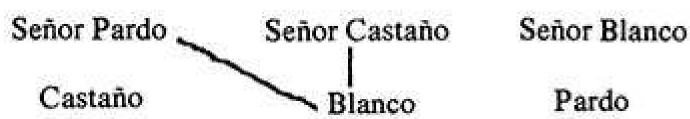
—¿Se dan cuenta de que uno de nosotros va vestido de pardo, otro de castaño y otro de blanco? —pregunta el señor Pardo—. Sin embargo, ninguno lleva el traje del color de su nombre.

—Pues es verdad —dice el hombre de blanco.

¿Podrías decir de qué color iba vestido cada uno?

Solución 116

La clave está en que es el hombre vestido de blanco el que responde al señor Pardo y, por consiguiente, no puede ser él. Tampoco puede ser el señor Blanco, puesto que ninguno de ellos va vestido de su propio color. Por lo tanto, el hombre de blanco tiene que ser el señor Castaño. Ordenemos lo que sabemos de la manera siguiente:



La línea recta pone de relieve lo que puede ser verdad; la línea ondulada, lo que no puede ser verdad. El señor Blanco no puede ir vestido de blanco, luego va vestido de color pardo. De ahí se deduce que el señor Pardo viste de castaño.

§ 117. ¿Peluqueras o dependientas de comercio?

Amelia, Beatriz y Carolina son o peluqueras o dependientas de comercio. Amelia y Beatriz tienen el mismo oficio. Amelia y Carolina tienen distinto oficio. Si Carolina es dependienta de comercio, Beatriz también lo es. ¿Qué oficio ejerce cada una?

Solución 117

Amelia y Beatriz son dependientas de comercio; Carolina es peluquera.

§ 118. El problema del guarda del zoo

El guarda del zoo quiere elegir dos chimpancés, entre el trío de que dispone, para llevarlos a un estudio de televisión. Los dos chimpancés machos se llaman Arty Bic; el tercero, una hembra, se llama Cora. No se atreve a dejar atrás a Art y Bic porque se pelean. Y no puede llevarse a los dos. Pero Cora no se entiende bien con Bic. ¿A cuáles elegirá?

Solución 118

Art y Cora.

§ 119. ¿Quién es culpable?

Alfredo, Berto y Casimiro son sospechosos en un caso de robo. En el juicio, se ponen de manifiesto los datos siguientes: o bien Casimiro es inocente, o bien Berto es culpable. Si Berto es culpable, Casimiro es inocente. Alfredo y Casimiro nunca han actuado juntos, pero Alfredo nunca actúa en solitario. Por consiguiente, si Berto es culpable, también lo será Alfredo. ¿Quiénes de ellos son culpables?

Solución 119

Los culpables son Alfredo y Berto.

§ 120. ¿Quién participará en el juego?

Alicia no quiere participar en la competición anual de tenis (aficionados) si Beatriz participa también. Pero Carlos sólo aceptará jugar si Alicia *entra* en la competición. El pobre organizador insiste en que *una* de las chicas tiene que jugar. Se necesitan dos personas. ¿Quiénes jugarán?

Solución 120

Carlos y Alicia.

§ 121. ¿Té, café o leche malteada?

El profesor había disfrutado tanto con su habitual bebida después de comer que pensó en tomar otra. Pero ni por todo el oro del mundo hubiera sido capaz de recordar qué bebida había tomado. Llamó al camarero. Y he aquí lo que le dijo:

—Si tomé antes café, quiero té. Si fue té, sírvame una leche malteada. Y si fue leche malteada, tráigame un café.

El camarero, que tenía una mente lógica, le trajo un café. ¿Podrías decir qué bebida —té, café o leche malteada— le había servido el camarero al profesor?

Solución 121

Leche malteada.

§ 122. ¿Naranjada o batido?

Tres amigos, Armando, Bárbara y Carmen, van con frecuencia a la misma cafetería. Acostumbran pedir naranjada o batidos. El camarero de la cafetería informa: *a*) cuando Armando elige naranjada, Bárbara toma un batido; *b*) o Armando o Carmen toman naranjada, pero no los dos, y *c*) Bárbara y Carmen nunca toman batido al mismo tiempo.

No hay más que dos soluciones. ¿Cuáles son?

INDICACIÓN: Como se trata de un problema difícil, aclaremos que sólo Bárbara tiene elección entre las dos bebidas.

Solución 122

Supongamos que Armando toma una naranjada. En ese caso, *a*) nos dice que Bárbara toma un batido. Pero entonces, según *c),* Carmen no podría tomar un batido, sino una naranjada. Ahora bien, sabemos por *b*) que Armando y Carmen no toman naranjada al mismo tiempo, luego Armando no puede tomar naranjada, sino batido. De acuerdo con *b*), eso significa que Carmen tomó naranjada. Lo cual, según *c*), deja a Bárbara en libertad de elegir entre naranjada y batido. Por consiguiente, hay dos soluciones posibles:

1) Armando, batido; Carmen, naranjada; Bárbara, naranjada.

2) Armando, batido; Carmen, naranjada; Bárbara, batido.

§ 123. Los gatitos de Newton

Como probablemente sabes, Isaac Newton fue uno de los hombres más inteligentes que han existido en el mundo. Gran científico y matemático, descubrió el enigma de la gravedad, el porqué de que cayesen los cuerpos. Newton tenía una gata que acostumbraba entrar y salir de su casa de Cambridge, Inglaterra, por una gatera abierta en la parte inferior de la puerta de la cocina. Un día, la gata tuvo tres gatitos. Y Newton abrió en la puerta tres gateras más pequeñas.

El detalle resulta verdaderamente cómico. ¿Por qué te lo parece así?

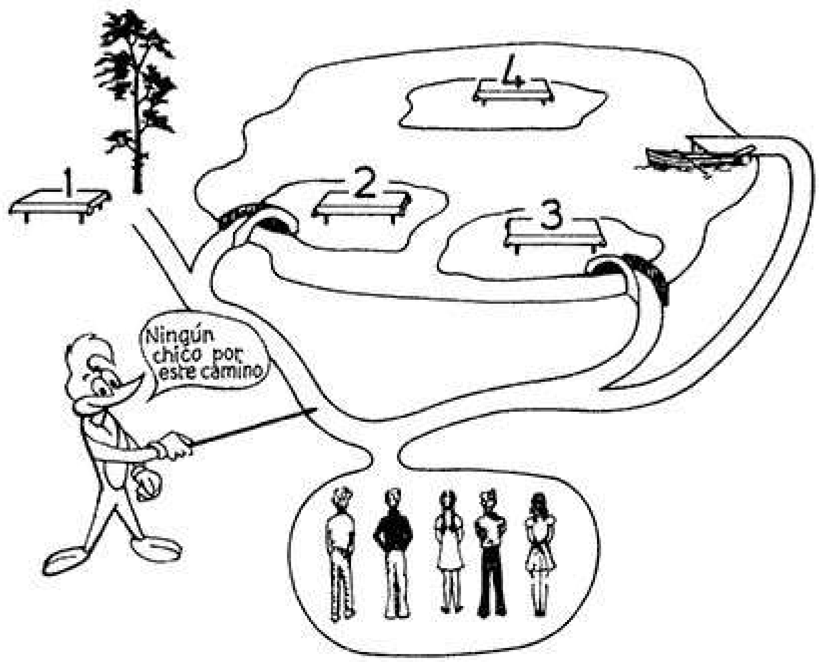
Solución 123

Obviamente, los gatitos hubieran podido entrar y salir por la misma gatera que su madre.

§ 124. La fiesta del Pájaro Loco

El Pájaro Loco da una fiesta. Los jóvenes invitados han de llegar a sus mesas correspondientes —1, 2, 3 y 4— por uno de los cuatro senderos que muestra el grabado. Como se ve, no está permitido que los varones pasen por uno de los senderos, que luego se bifurca. Alejandro quiere tomar el té con Bárbara en la isla, pero se niega a que les acompañen Silvia o Juan. Silvia afirma que no quiere tomar el té cerca del agua. Por añadidura, Pedro *tiene* que cruzar uno de los puentes con patines de ruedas.

Para empeorar aún las cosas, Juan y Pedro no quieren tomar el té juntos. Además, sólo los chicos pueden remar, y el único bote, en el que no cabe más que una persona, sólo se puede utilizar para llegar a la mesa número cuatro. ¿Dónde tomará el té cada uno de los invitados?



Solución 124

Silvia tomará el té bajo el árbol, puesto que no quiere acercarse al agua. Alejandro se sentará con Bárbara a la mesa número 3, ya que no puede llevarla a la número 4 en bote. Pedro se unirá a ellos en la mesa número 3, cruzando el puente con patines de ruedas. No puede ir a la mesa número 2 porque, según las reglas, a los chicos les está prohibido pasar por ese camino. Eso nos deja a Juan, que no quiere ocupar la mesa número 3 con Pedro y tampoco puede seguir el sendero que lleva a la mesa número 2. Por lo tanto, Juan remará hasta la mesa número 4 y tomará el té solo.

Solución: mesa número 1, Silvia; mesa número 2, nadie; mesa número 3, Alejandro, Bárbara y Pedro; mesa número 4, Juan.

§ 125. Confusión matrimonial

El distraído profesor había asistido a una fiesta. Naturalmente, su mujer quiso saber quiénes habían asistido a ella.

—La multitud de costumbre —contestó él—. Y algunas caras nuevas: Tadeo, Pedro y Carlos, con sus mujeres, Teresa, Susana y Luisa. No puedo recordar quién está casado con quién. De todos modos, cada una de las parejas tiene un hijo. Se llaman Ruth, María y Ricardo. Me hablaron de todos ellos. Teresa me dijo que su hija representaba a Anita en la obra de teatro de la escuela, *Anita te quitó el arma.* Pedro me dijo que su hija representaba a Ofelia. Recuerdo que Tadeo afirmó que su hija no era María. Y que la mujer de Carlos no es Susana. Supongo que podremos deducir las parejas a partir de esto.

¿Puedes descubrir quién está casado con quién y a qué pareja corresponde cada hijo?

Solución 125

Tadeo está casado con Teresa, y su hija es Ruth; Pedro con Susana, y su hija es María; Carlos con Luisa, y su hijo es Ricardo. Para llegar a esta conclusión se sigue el razonamiento siguiente: la hija de Tadeo no es María; por lo tanto, debe de ser Ruth. Lo que significa que Carlos es el padre de Ricardo. Su mujer no puede ser Teresa, puesto que ésta tiene una hija. (Se supone, claro está, que los papeles de Anita y Ofelia los representan chicas.) Tampoco es Susana; por consiguiente, ha de ser Luisa. Por otra parte, la hija de Pedro no puede ser la hija de Teresa, ya que cada pareja no tiene más que un hijo. Así que Pedro no está casado con Teresa. Esto significa que el marido de Teresa es Tadeo y que Pedro está casado con Susana.

§ 126. ¿Qué profesión tiene cada uno?

Cada uno de estos tres hombres, Mariano, Ramón y Homero, tiene dos profesiones. Dichas profesiones son: detective privado, piloto de coches de carreras, cantante, jockey, camarero y tahúr. Trata de averiguar qué dos profesiones corresponden a cada hombre a partir de estos datos:

1) El camarero llevó a una fiesta a la novia del piloto de carreras.

2) Tanto al piloto de carreras como al cantante les gusta jugar a las cartas con Homero.

3) El jockey toma a menudo un trago con el camarero.

4) Ramón le debe cien pesetas al cantante.

5) Mariano le gana a las cartas a Ramón y al jockey.

Solución 126

Mariano es camarero y cantante; Ramón, detective privado y piloto de coches de carreras; Homero, jockey y tahúr. Veamos cómo se llega a la respuesta. Haz una tabla con los nombres y las profesiones y llénala como sigue:

Datos utilizados					Mariano	Ramón	Homero
		3		Detective privado			
1	2			Piloto de carreras			X
	2			Cantante		X	X
		3	4	Jockey	X	X	√
			4	Camarero			
1				Tahúr			

Fíjate primero en las *profesiones.* El dato número 1 nos dice que el camarero no es el piloto de carreras. Pon un 1 ante ambos (como muestra la tabla). Igualmente, el piloto de carreras (2) no es el cantante (2). Continúa del mismo modo. Ahora fíjate en los *hombres.* El dato número 2 nos dice que Homero no es ni el piloto de carreras ni el cantante. Pon una X en la tabla debajo de *Homero* y frente a esas dos profesiones. El dato número 5 revela que Ramón no es cantante. Pon una X debajo de *Ramón* y frente a *cantante.* Según el dato número 6, Homero es el jockey, puesto que ni Mariano ni Ramón lo son. Pon una X frente a *jockey* debajo de *Mariano y Ramón* y una marca en forma de √ debajo de *Homero.*

Veamos ahora el razonamiento. Mariano tiene que ser el cantante, puesto que ni Ramón ni Homero lo son. De modo que pon una √ debajo de *M* y frente a *cantante* (*CT*). Resumiendo, la tabla aparecerá ahora así:

	M	*R*	*H*
DP			
PC			X
CT	√	X	X
J	X	X	√
CM			
T			

O sea, para llenar la línea correspondiente a *cantante,* hay que poner una √ debajo de Mariano (*M*); y para llenar la línea correspondiente a *jockey,* una √ debajo de Homero (*H*), y así sucesivamente.

El dato número 2 nos permite poner una √ bajo *H* y frente a *PC.* El dato número 3 da una X bajo *H* frente a *DP* y *CM.* Esto deja sólo *T* para la segunda profesión de *H.* Pon una √ en el lugar correspondiente. La tabla presentará este aspecto:

	M	*R*	*H*
DP			X
PC			X
CT	√	X	X
J	X	X	√
CM			X
T			√

Ya podemos poner una √ debajo de *R* y frente a *PC.* El dato número 1 da una X bajo *R* y frente a *CM*, por lo cual hemos de poner forzosamente una √ bajo *M* en esta misma línea (esto es, la segunda profesión de Mariano es camarero). Finalmente, la última línea, con sus dos X, significa que la segunda profesión de Ramón es *DP* (detective privado).

§ 127. Aves e insectos

He aquí una cuestión lógica fácil... ¿O no lo es? Piensa en las siguientes afirmaciones:

Las aves no son insectos.

Todas las golondrinas son aves.

¿Cuáles, entre las frases siguientes, se deducen lógicamente de las dos afirmaciones anteriores?

A) Las golondrinas no son insectos.

B) Algunas aves no son golondrinas.

C) Todas las aves son golondrinas.

D) Los insectos no son aves.

Solución 127

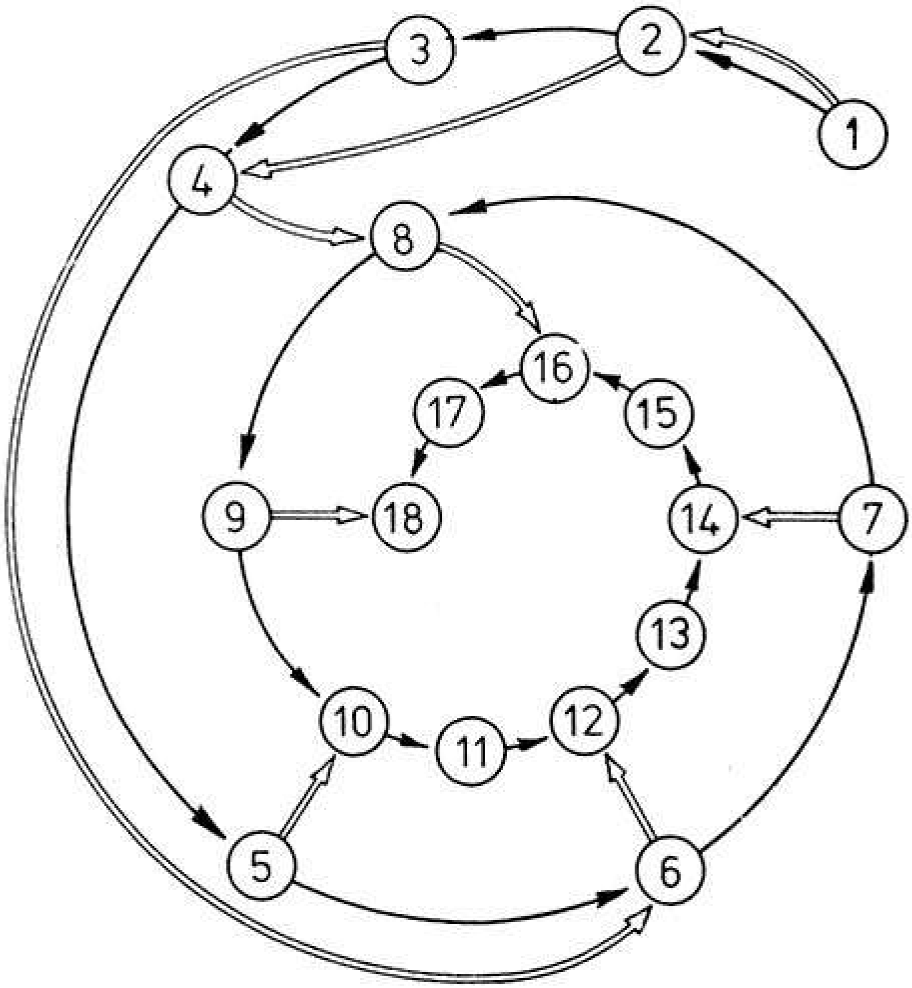
Sólo la frase *A* se deduce lógicamente.

§ 128. Golf en el País de las Maravillas

El matemático americano Paul Rosenbloom ideó especialmente para los chiquillos este absurdo juego de golf. En realidad, lo planteó como un caso de investigación matemática. En el recorrido de golf del País de las Maravillas, los agujeros están numerados 1, 2, 3, ..., hasta dieciocho. Los *links* están colocados en espiral como muestra el grabado, a fin de facilitar los tiros. Dispones de dos palos especiales.

Uno de ellos mete la pelota en el hoyo por ti. Es el palo de un solo tiro, o palo S. El otro te permite incluso saltarte hoyos. Envía tu pelota desde un hoyo cualquiera al que dobla su número, por ejemplo, desde el hoyo 1 al hoyo 2, desde el hoyo 3 al hoyo 6, o desde el hoyo 9 al hoyo 18. Le llamaremos el palo D (o palo doble).

PREGUNTA: ¿Cuál es el número menor de tiros utilizando cualquiera de los palos para ir desde el hoyo 1 al hoyo 18? Esto es, ¿cuál es el par del recorrido? Cosa curiosa, resulta el mismo para los hoyos 11, 13, 14 y 17. Se supone que no se puede descubrir ninguna pauta. ¿O sí se puede?



Solución 128

Cinco tiros: DDDSD o SDDSD. En efecto, *hay* una pauta. Para verla, dale la vuelta al plano del recorrido de golf. Vete hacia atrás desde el hoyo 18. Con un tiro de D, retrocederás al hoyo 9. Después, un tiro de S te llevará al 8, y con tres tiros de D estarás en el número 1. (También se puede ir del 2 al 1 con un tiro de S.) El problema se resuelve también por aritmética. Divide sucesivamente el número de hoyos por dos hasta llegar a 1, anotando cuándo te queda un resto de 1. Para el hoyo 18, tendrás:

18	
9	
4	$r\,1$
2	
1	

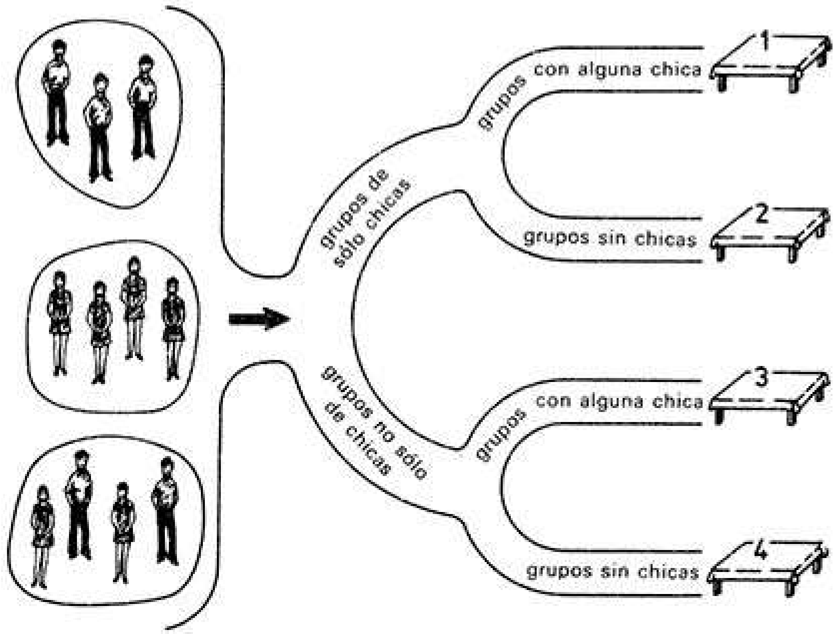
Cuenta el número de divisiones y de restos: 9, 4, 1, 2, 1, lo que te dará un total de cinco, el número de tiros que se necesitan. La regla se cumple para *cualquier* hoyo.

§ 129. La invitación al té del Sombrerero Loco

El Sombrerero Loco ha planeado una invitación especial a tomar el té para un grupo de niños. Distribuye las mesas en el jardín en la forma que muestra el grabado. Divide a los chiquillos en tres grupos: *A,* sólo niñas; *O,* sólo niños y *M*, niños y niñas. Míralos en sus grupos, a la izquierda del grabado, esperando para tomar el té. El Sombrerero Loco les dice:

—Los componentes de cada grupo tienen que llegar a su mesa por el sendero que les corresponde a través del jardín. Sabréis a dónde ir gracias a los letreros que hay en el jardín.

¿Puedes decir en qué mesa —1, 2, 3 o 4— se acomodará cada grupo? Una de las mesas permanecerá vacía. ¿Cuál de ellas?



Solución 129

El grupo *A* en la mesa 1, el grupo *M* en la mesa 3, y el grupo *O* en la mesa 4. La mesa 2 quedará vacía.

Capítulo 7
Juegos matemáticos

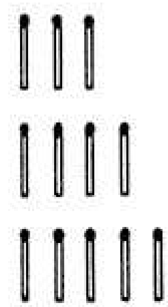
Todos los juegos de esta serie menos dos se basan en las matemáticas. He incluido dos juegos con palabras, «Coincidencias» y «Palabras cruzadas», por considerarlos muy buenos y muy populares. No te dejes desanimar por la palabra matemáticas. Se puede jugar sin tener la menor noción de ellas. Por ejemplo, el manéala es un juego africano muy antiguo, conocido desde tiempo inmemorial, que no incluye una sola muestra de lo que llamamos matemáticas escolares. Primero y ante todo, los juegos están destinados a procurar ganar en ellos y a entretenerse. Como suele decirse, cualquier efecto educativo que tengan es pura coincidencia.

§ 130. Nim

Dos jugadores

Se trata de uno de los más antiguos y entretenidos juegos para dos. La palabra *nim* viene probablemente del término empleado por Shakespeare con la significación de robar. Probablemente se jugó por primera vez en China.

El nim se juega con cerillas o monedas. En su versión más popular, se colocan doce cerillas en tres filas: tres cerillas, cuatro cerillas y cinco cerillas, como muestra el grabado.



Las reglas son sencillas. Los jugadores retiran por tumo una o más cerillas, como quieran, pero deben tomarlas todas ellas de la misma fila. Gana el que retira la última cerilla (a no ser que se establezca como norma que el que retire la última cerilla pierde).

Jugando varias partidas, descubrirás pronto cómo ganar en todas las ocasiones, *a*) En tu primer movimiento, debes dejar dos filas con más de una cerilla y el mismo número de ellas en cada una. *b*) En tu segundo movimiento, has de dejar una cerilla en una fila, dos en la segunda y tres en la tercera. O bien: *c*) Si juegas el primero, toma dos cerillas de la fila de arriba en tu primera jugada y, después de esto, sigue jugando de acuerdo con las estrategias ganadoras que acabamos de exponer.

Se puede jugar al nim con cualquier número de cerillas o de monedas y con el número de filas que se deseen. Cuando sucede así, hay un medio de averiguar el número exacto de cerillas que se han de retirar para ocupar una posición ganadora. Recurre simplemente al «lenguaje de la computadora», el lenguaje binario. El método fue empleado en 1901. En la sección de soluciones se incluye una descripción del mismo.

Solución 130

El método para calcular la posición ganadora se explica mejor con la posición de partida del nim, es decir, con 3, 4 y 5 cerillas. Empezaremos por pasar estas cifras a lenguaje binario, esto es, a potencias de 2, o a «dobles». Los números ordinarios 4, 2 y 1 se escriben en lenguaje binario 100, 10 y 1. Mientras que en sistema normal, el 11 equivale a una decena más una unidad, en el binario significa una unidad más una unidad. El 3, igual a 2 + 1, en lenguaje binario se escribe 11. El 4 en lenguaje binario es 100, que equivale a un 4 más ningún 2 más ningún 1. Y el 5 en lenguaje binario se escribe 101, que equivale a un 4 más ningún 2 más un 1.

	Cerillas	Cuatros	Doses	Unos
Fila superior	3		1	1
Fila central	4	1	0	0
Fila inferior	5	1	0	1
Totales		2	1	2

Como se ve, hemos sumado cada columna en números ordinarios. Pero no nos «llevamos» nada de una columna a la siguiente. Los totales de dos de las columnas son pares; el de una, la del medio, es impar. Todo lo que hay que hacer para ponerse en situación favorable es convertir los totales de todas las columnas en *pares.* Por lo tanto, como ya hemos explicado, tu primer movimiento debe ser retirar dos cerillas de la fila superior. Con esto se cambia el número binario superior en 1. Las columnas quedan así:

	Cerillas	Cuatros	Doses	Unos
Fila superior	1			1
Fila central	4	1	0	0
Fila inferior	5	1	0	1
Totales		2	0	2

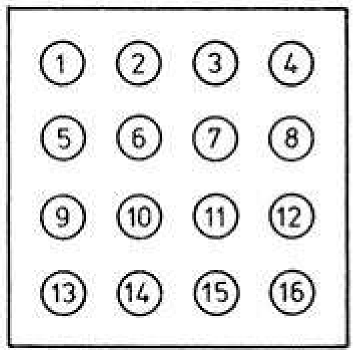
La suma de todas las columnas es ahora un número par. Tu posición está asegurada.

§ 131. Tac tix

Dos jugadores

El tac tix es una interesante versión del nim, inventada por el creador de juegos danés Piet Hein. Hein es también el inventor del hex, página 133. En el tac tix se colocan monedas o fichas formando un cuadro, como se ve en la figura. Los jugadores, por turno, retiran de una a cuatro monedas del tablero, de cualquier fila o columna. Pero han de elegir monedas adyacentes, de modo que no queden huecos entre ellas. Por ejemplo, supongamos que el primer jugador retira las dos monedas centrales de la fila superior; el segundo jugador no podrá retirar las otras dos monedas de esa fila en una sola jugada.

El tac tix se juega exclusivamente ajustándose a la regla de que pierde el jugador que retira la *última* moneda. Esto se debe a que existe una táctica muy sencilla que, al aplicarla, hace que, jugado de la manera habitual, pierda todo su interés, ya que permite que el segundo jugador gane siempre. Le bastará conjugar simétricamente, o sea, retirar la moneda o las monedas que sean el reflejo, como vistas en un espejo, de las que retiró el primer jugador. Se puede jugar también en un tablero de tres por tres. En ese caso, si se juega del modo usual, el primer jugador ganará si retira la moneda central, la de una de las esquinas y todas las de la fila central o de la columna central.

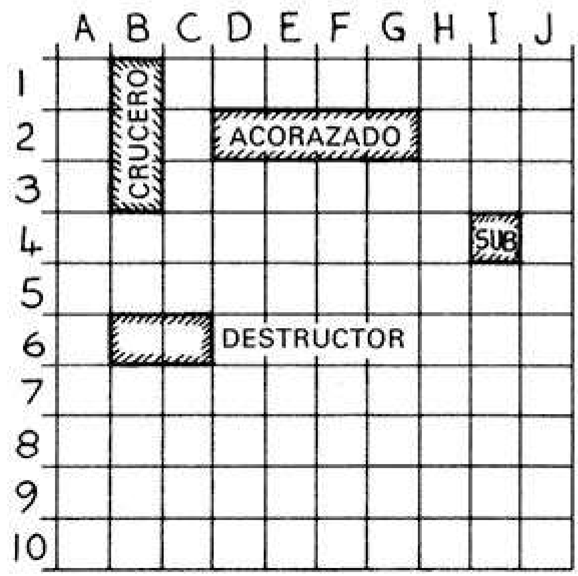


§ 132. La batalla naval, o los barcos

Dos jugadores

Uno de los más populares entre los juegos que se realizan con lápiz y papel, la batalla naval constituye también un excelente ejercicio de matemáticas. Cada jugador tiene una flota de barcos, que sitúa en su cuadrícula. Efectúa después disparos, nombrando casillas de la cuadrícula del enemigo. Este debe revelarle si ha tocado un barco o no y, en caso positivo, decirle de qué barco se trata. A partir de esta información, el jugador tratará de averiguar la posición de la flota enemiga. Para hundir un barco enemigo, tendrá que tocar todas las casillas que ocupe dicho barco. El primero en hundir toda la flota enemiga gana.

Cada jugador necesita dos cuadrículas de diez por diez casillas, señaladas horizontalmente con las letras *A, B, C*. ..., *J,* que se colocan en la parte superior, y verticalmente con los números *1, 2, 3..., 10,* que se colocan a la izquierda, como muestra el grabado. En una de las hojas, se marcan las posiciones de la flota propia; la otra sirve para marcar los disparos contra la flota enemiga. (La segunda hoja representa un área distinta a la primera; de lo contrario, podría suceder que un barco del jugador y un barco de su contrincante ocupasen el mismo espacio.) El grabado muestra la posición y el tamaño de cada tipo de barcos.



La flota de ambos jugadores se compone de:

Un acorazado	(cuatro casillas)
Dos cruceros	(tres casillas cada uno)
Tres destructores	(dos casillas cada uno)
Cuatro submarinos	(una casilla cada uno)

Todos los barcos, excepto los submarinos, deben ser rectángulos de una casilla de ancho. No se permite situar los barcos en forma de L ni en diagonal; de otro modo, un jugador no lograría averiguar, sino con grandes dificultades, la posición de los barcos enemigos a partir de la información del contrario sobre la eficacia de sus disparos. Dos barcos no pueden tocarse, ni siquiera de esquina. Y un barco ha de estar separado de la orilla del «mar» al menos por una casilla. De modo que un submarino no puede ocupar una esquina.

Una vez distribuidas las dos flotas en sus respectivas cuadrículas, uno de los jugadores hace una salva de tres disparos. Para ello, anuncia a su adversario las casillas a las que quiere que vayan a dar los disparos, teniendo en cuenta que no debe disparar a casillas adyacentes. El adversario le dice entonces cuántos proyectiles han caído al agua y cuántos han hecho blanco y a qué tipo de barco han tocado. Pero no está obligado a decir cuáles son los disparos acertados. Le dirá, por ejemplo: «Dos agua y tocado un destructor». No importa el orden en que se den los resultados. El segundo jugador hace, a su vez, los tres disparos, y el primero le dice lo que ha sucedido. Ambos jugadores toman nota de sus aciertos y errores en su mapa de las «aguas enemigas», a fin de averiguar dónde se encuentra anclada la flota del contrario. El juego continúa hasta que uno de los jugadores hunde toda la flota enemiga y lo anuncia así.

§ 133. Los recuadros

Dos jugadores

El juego consiste en formar recuadros sobre una cuadrícula de puntos. Se parece mucho al juego de «142 La serpiente» y puede jugarse en el mismo tipo de tablero. Los jugadores, por turno, unen mediante una línea horizontal o vertical dos puntos que no estén aún unidos. El jugador que traza la cuarta y última línea de un cuadrado se adjudica el recuadro. Pone entonces su inicial en el centro de la casilla, para señalar que le pertenece; cuando esto ocurre, gana asimismo un tumo. Con suerte, podrá lograr varios recuadros seguidos sin que le toque el tumo a su oponente. Ahora bien, *después* de terminar un recuadro, ha de trazar *inmediatamente* otra línea. Una línea puede formar dos recuadros a la vez, pero el jugador sólo se adjudicará un tumo por esa línea. Un jugador *no está obligado* a cerrar un recuadro aunque haya cuadrados con tres lados ya trazados.

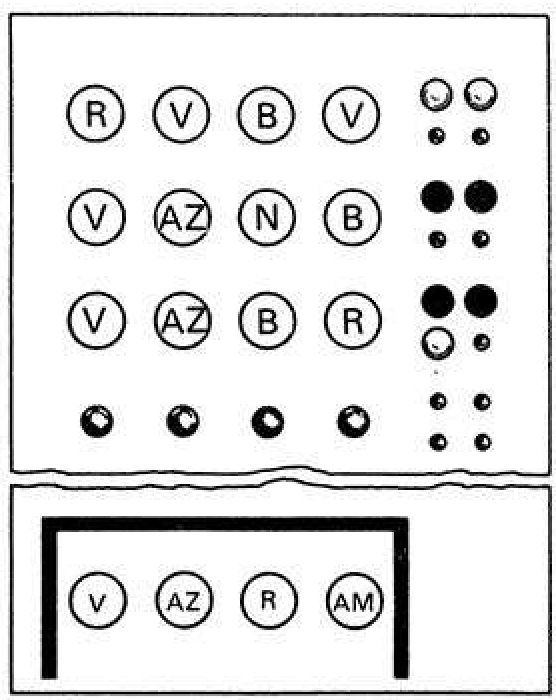
OBSERVACIÓN SOBRE LA ESTRATEGIA: Próximos al final del juego, por regla general se ha conseguido ya trazar «pasillos», como los dos palos verticales de una «escalera». Una vez que uno de los jugadores ha cerrado un extremo del pasillo (o bien, ha puesto un travesaño cualquiera de la escalera), el otro jugador puede cerrar todos los recuadros del mismo sin perder tumo. Gana el que haya conseguido más recuadros. Es preferible jugar sobre una cuadrícula con un número par de puntos en cada lado —digamos ocho por diez—, de manera que haya un número impar de recuadros en la cuadrícula completa.

§ 134. Mastermind

Juego de razonamiento para dos jugadores

Este juego está patentado, pero su principio es lo bastante sencillo para que idees tu propia versión. Se basa en la idea siguiente: un jugador plantea un problema colocando en fila cinco clavijas de distinto color, elegidas entre ocho colores posibles. Esas clavijas permanecen ocultas, y el oponente, el *mastermind* o «cerebro superior», ha de descubrir los colores y el lugar exacto que ocupan. El que planteó el problema indica mediante clavijas blancas y negras, en primer lugar, si el oponente señala o no los colores acertados y, en segundo lugar, si se hallan en el lugar correcto.

El tablero comercializado es de plástico y tiene filas de cinco agujeros, con una cuadrícula cuadrada al final de cada fila. El modelo que mostramos aquí tiene sólo cuatro agujeros, con una cuadrícula de dos por dos al final de cada fila. Nos serviremos de un ejemplo para indicar las normas y los métodos del juego. Para simplificar las cosas, jugaremos sólo con cuatro colores, además del blanco y negro.



Supongamos que el primer jugador coloca así sus cuatro clavijas: verde (V), azul (AZ), roja (R) y amarilla (AM). A continuación, las cubre con una pequeña «campana», con objeto de que su adversario no las vea. El oponente prueba en la fila de arriba el rojo, el verde, el blanco (B) y el verde. Como muestra el grabado, ha acertado dos colores, pero no están en el lugar adecuado. Para dárselo a entender, el primer jugador coloca dos clavijas blancas en la cuadrícula lateral. El segundo intento del contrario es la línea verde, azul, negro (N) y blanco. Dado que en esta línea hay dos colores y dos lugares acertados —las clavijas verde y azul—, el primer jugador pone dos clavijas negras en la cuadrícula lateral. La tercera fila del contrario es verde, azul, blanco y rojo, con dos colores en el lugar apropiado (dos clavijas negras) y uno acertado, pero en un lugar erróneo (una clavija blanca). El juego termina cuando el contrario coloca una fila exactamente igual a la planteada al principio. El oponente actúa por razonamiento, variando las clavijas. Cuanto menor sea el número de intentos que necesita, mejor será ese razonamiento. Se puede jugar también sobre el papel, con lápices o rotuladores de colores, en lugar de las clavijas.

§ 135. Coincidencias

Juego con palabras para cualquier número de jugadores

Se trata de un juego con palabras, parecido al mastermind, pero que se juega con letras en lugar de colores. Uno de los jugadores, el «contable», piensa en una palabra de cinco o seis letras. Anota en secreto esa palabra en una hoja de papel y la oculta, anunciando en voz alta el número de letras que tiene. Los otros jugadores tratan de descubrirla diciendo una línea del mismo número de letras. El contable revela a cada uno cuántas de las letras de su línea se hallan en posición correcta en comparación con la palabra. Supongamos que la palabra del contable es CEPOS y que un jugador dice: A-A-A-E-E. El contable afirma entonces: «Ninguna», puesto que, si bien el jugador ha acertado una letra (E), ninguna de las dos E se encuentra en posición correcta. Una buena estrategia consiste en empezar por las vocales (A, E, I, O, U), ya que todas las palabras españolas contienen alguna. Si un jugador descubre la palabra en menos intentos que letras tiene dicha palabra (en cuatro intentos, por ejemplo), el contable no gana ningún punto. Le corresponde un punto por cada intento por encima del número de letras de la palabra.

Veamos un ejemplo de cómo comenzaría el juego. Palabra del contable: TRAMO.

Líneas de los jugadores	*Respuestas del contable*
EEEAA	Ninguna
OOOII	Ninguna
IIIOO	Una
TIIOO	Dos
TRIOO	Tres
TRINO	Tres

Para jugar bien, conviene conocer las letras que se repiten más en español. Por ejemplo:

Letras aisladas: E, A, O, R, S, N, D, T, I, L, C, M, U. *Grupos de dos letras:* IN, CO, DE, SI, ES, EM, DI, SE, PA, EX, CA, RE, IM.

Grupos de tres letras: DAD, POR, INS, COM, CON, PRE, PAR, DOR,

TOR, ERO, IVO, DOS, TES.

§ 136. Eleusis

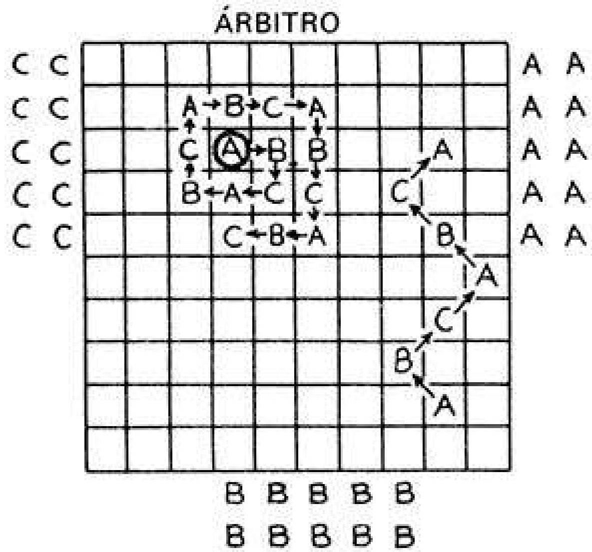
Juego de razonamiento para cuatro jugadores

Veamos ahora un juego que presenta una peculiaridad realmente nueva, inventado por un neoyorquino, Robert Abbot (tomado de *More Mathematical Puzzles and Diversión,* de Martin Gardner, Penguin, Nueva York, 1961). Se trata en principio de un juego de cartas, pero se puede jugar también con lápiz y papel. Su originalidad radica en lo siguiente: la mayoría de los juegos presentan reglas que se han de aprender y utilizar para decidir las mejores jugadas. En el eleusis, en cambio, se juega para descubrir la regla. Es como descubrir una ley científica, con la diferencia de que, en la ciencia, nadie te dirá si tu ley es acertada o no (ni siquiera si se trata *en efecto* de una ley).

En el eleusis, un «árbitro» plantea una regla, que los otros jugadores tienen que adivinar. Existen varios juegos basados en el eleusis. Nosotros hemos elegido la versión con lápiz y papel para cuatro jugadores: un árbitro y los jugadores A, B y C. (Los jugadores pueden reducirse a dos.) Nuestro juego consta de cuatro partidas, una por cada jugador. El juego termina cuando todos han representado el papel de árbitro. Gana el jugador que tiene menos puntos de penalización.

En el tablero del grabado se exponen dos ejemplos sencillos de reglas fijadas por el árbitro para que las descubran los jugadores. La regla de la izquierda consiste en que las letras A-B-C-A-B-C-A..,.

se suceden en espiral y pueden moverse en cualquier dirección mientras su posición sea correcta. Y he aquí la regla de la derecha: la primera letra, A, se puede colocar donde se quiera; las demás han de ir «una casilla hacia arriba y una casilla de lado», es decir, en diagonal. El árbitro conserva un diagrama de su regla para mostrarla en caso de discusión.



Cada jugador dispone también de una hoja de papel cuadriculado para anotar sus movimientos acertados y sus intentos fallidos. Bastará con una cuadrícula de diez por diez casillas (véase el grabado).

El jugador A se sienta a la izquierda del árbitro. Después viene el B y a continuación el C. Cada jugador cuenta con diez letras, que intenta colocar correctamente en el tablero. El jugador A empieza por señalar una casilla vacía y preguntar si puede colocar en ella una A. Si el árbitro dice que sí, pone una A en esa casilla y tacha una de las que tiene en su hoja de papel. Si el árbitro dice que no, le toca el tumo al jugador B, y el jugador A no puede tachar ninguna de sus letras. Cuando A, B y C han jugado un tumo cada uno, se ha completado la vuelta. La siguiente empieza jugando de nuevo A.

El árbitro debe establecer reglas ni demasiado fáciles, ni demasiado difíciles de descubrir por los jugadores. Idealmente, deben de haberse deshecho de todas sus letras en la decimoquinta vuelta. Se penalizará al árbitro si la regla resulta tan fácil que los jugadores la adivinan antes de la decimoquinta vuelta o tan difícil que el juego continúa después de la misma. El árbitro llevará la cuenta de su «puntuación» (penalizaciones) rodeando con un círculo los números de una tarjeta de puntuación como la que mostramos a continuación, un número por cada vuelta:

0	0	0	0	0
0	0	0	0	15
8	5	2	1	0
1	2	5	8	15

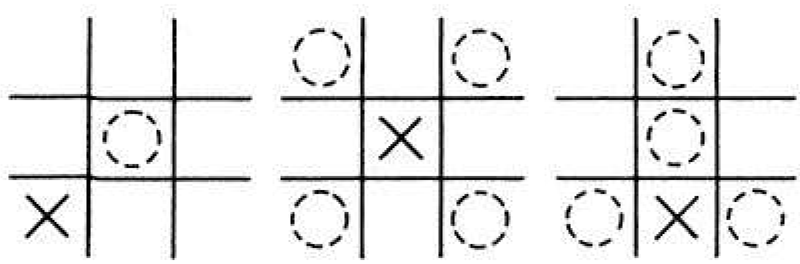
Para las nueve primeras vueltas, el árbitro rodeará con un círculo el 0 y no perderá ningún punto, puesto que es imposible que los jugadores agoten sus letras antes de la décima vuelta. En la décima vuelta, se le penaliza con 15 puntos. Para que el juego hubiese terminado antes, los jugadores tendrían que conocer la regla desde el principio. A partir de ahí, las penalizaciones se reducen progresivamente hasta la decimoquinta vuelta, en que es de nuevo 0. Después de ella, aumentan, también progresivamente, hasta la vigésima vuelta, a la que le corresponde asimismo el máximo, es decir, 15.

§ 137. Tres en raya

Para dos jugadores

El tres en raya, o ticktactoe, es uno de los combates de ingenio más antiguo, conocido por niños y adultos. Su objetivo consiste en que uno de los jugadores complete una línea, ya sea horizontal, vertical o diagonal. Un jugador astuto aprenderá a empatar con sólo unas horas de práctica. El juego termina siempre en tablas, a menos que uno de los jugadores dé un paso en falso.

Hay sólo tres jugadas posibles de apertura, señaladas con una X en el grabado: en la casilla del centro, en una esquina o en una casilla de los lados. El segundo jugador marca su respuesta con un círculo. Tiene que salvarse de caer en la trampa eligiendo una de las ocho posiciones posibles. Puede elegir el centro. La apertura lateral (figura 3) presenta trampas para ambos jugadores. Hay que enfrentarse a ellas eligiendo una de cuatro casillas.



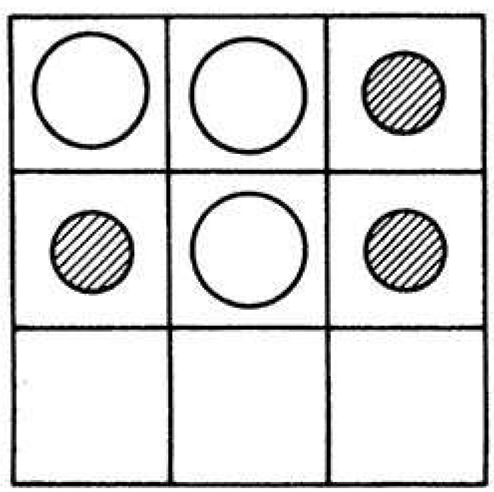
§ 138. Tres en raya con monedas

Para dos jugadores

Una variante más entretenida del tres en raya se juega con monedas o con fichas y presenta la particularidad de que está permitido mover éstas después de colocadas. Se jugó mucho durante el siglo XIV en Inglaterra, donde recibía el nombre de *Three Men's Morris,* el

Morris de los Tres Hombres, precursor del juego 140 Morris de los Nueve Hombres. Fue también muy popular en la antigua China, en Grecia y en Roma.

Se utilizan seis monedas en total, tres de peseta, por ejemplo, para uno de los jugadores, y tres de cinco pesetas para el otro, sobre un tablero de tres por tres. Se van colocando por tumo las seis monedas sobre el tablero. Al llegar a este punto, si uno de los jugadores ha logrado situar sus monedas formando una línea, horizontal, vertical o diagonal, habrá ganado. Si ninguno de los dos lo consigue, el juego continúa pasando una sola moneda a una casilla vacía, horizontal o verticalmente. No se permiten los movimientos en *diagonal.*



§ 139. Teeko o las cuatro en raya

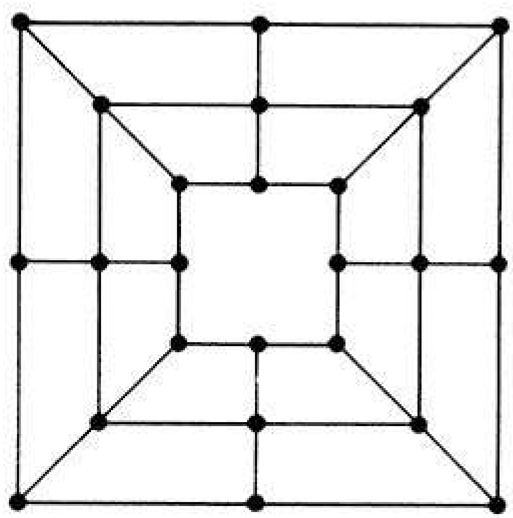
Para dos jugadores

El mago americano John Scame inventó una variante del tres en raya con monedas, al que le dio el nombre de teeko. Se juega en un tablero de cinco por cinco. Cada jugador coloca por tumo cuatro monedas. Después, siempre por turno, las van moviendo de casilla en casilla, horizontal, vertical o diagonalmente. Gana el jugador que consigue formar un cuadrado con sus monedas o situarlas en cuatro casillas adyacentes, o en una fila horizontal, vertical o diagonal.

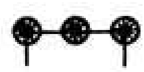
§ 140. Morris de los Nueve Hombres

Para dos jugadores

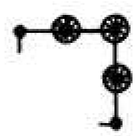
Este antiguo juego inglés, conocido ya por Shakespeare, ha sido jugado desde siempre por jóvenes y viejos. En realidad, se trata de una variante del tres en raya. Se acostumbraba jugar en el campo comunal, sobre un dibujo trazado en el suelo, como el que muestra la figura. En la actualidad, se juega sobre un tablero. Puedes copiar el diagrama en una hoja de papel rígido.



Se necesitan dieciocho «hombres», nueve blancos y nueve negros. Si lo prefieres, sustitúyelos por fichas como las del juego de la pulga, de dos colores cualesquiera. Cada jugador, al que corresponden los hombres de un color, coloca por turno uno de sus hombres en uno de los veinticuatro puntos del tablero. Se trata de lograr tres en raya, a lo que se llama un «tanto». El tanto tiene que ser en línea recta, no puede doblar una esquina. El dibujo siguiente constituye un tanto:



Este otro no es un tanto:



El jugador que obtiene un tanto puede, en el mismo movimiento, retirar un hombre de su oponente, siempre que dicho hombre no forme parte de un tanto. El jugador que se queda primero sin hombres pierde el juego. La forma que presentamos aquí es la más comúnmente usada, pero hay otras formas posibles. ¿Por qué no inventarte la tuya?

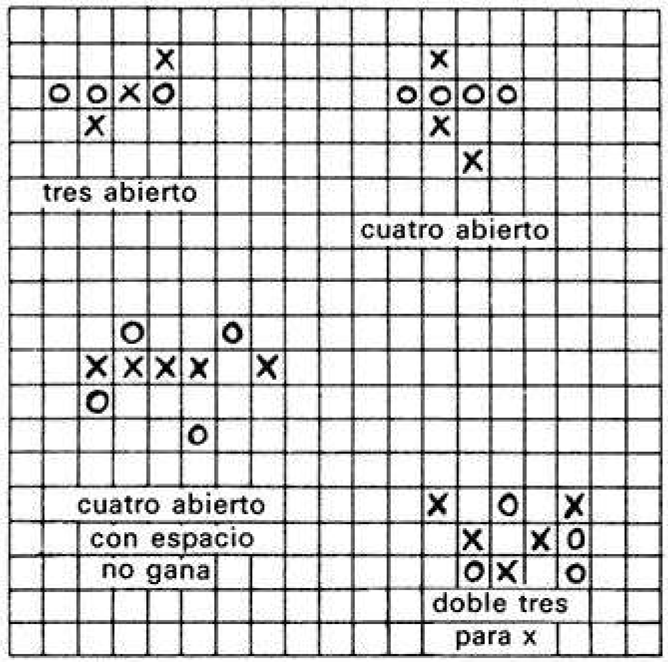
§ 141. Peggity

Para dos jugadores

Juego de posiciones muy antiguo. Se juega sobre papel cuadriculado. Se le llama también las cinco estacas o los cinco botines. Miles de años atrás, se le conocía ya en China, con el nombre de gomoku. Se asemeja al famoso juego japonés del go, salvo que el peggity no incluye la captura de piezas enemigas, por lo que se puede jugar con lápiz y papel.

Se emplea un tablero de diecinueve por diecinueve. Las piezas X y ceros, se colocan una a una, por turno, en cualquier casilla (pero no en las esquinas, como en el go). X mueve primero. El objetivo consiste en conseguir una línea recta de exactamente cinco X o cinco círculos adyacentes, en una fila, una columna o en diagonal. Cada jugador dispone de tantas X o tantos círculos como necesite.

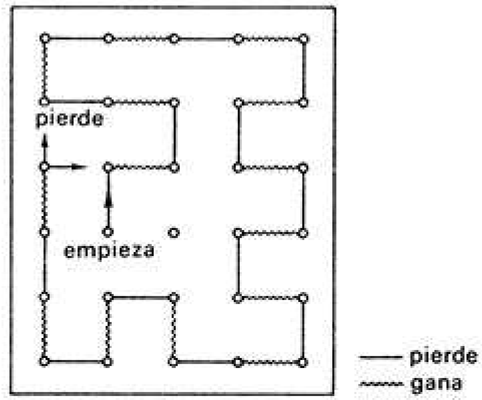
Un jugador con cuatro X (o cuatro círculos) en línea —posición a la que se denomina un cuatro abierto— ganará la jugada siguiente, ya que su contrario no puede bloquear ambos extremos al mismo tiempo. En cambio, cuando tiene otra X separada de la línea por un espacio, todo lo que el oponente ha de hacer es colocar un círculo en el otro extremo del cuatro abierto. Si el primer jugador cubre el espacio libre del otro extremo, se encontrará con una fila de seis X, lo que no se considera como una línea de cinco símbolos. Cuando se logra un tres abierto —tres círculos o tres X en línea—, se suele anunciar: «tres», ya que puede convertirse en un cuatro abierto y constituye potencialmente una posición ganadora. Anunciando el tres, se evita la posibilidad de que un jugador pierda por descuido, cosa que no resulta agradable para ninguno de los jugadores. Dos líneas de tres X (o de tres círculos) se llaman doble tres (véase el grabado).



§ 142. La serpiente

Para dos jugadores

Se juega sobre un tablero de seis por seis puntos, como el que presentamos. Los jugadores, por tumo, van uniendo los puntos de dos en dos mediante una línea, para formar una larga serpiente. No se permiten las líneas diagonales, ni dejar huecos en la serpiente. Cada jugador añade a la serpiente un nuevo tramo y sólo puede unirlo a un segmento del oponente, no al suyo propio. El primero en *cerrar* la serpiente gana. He aquí un ejemplo del juego. Empieza el jugador al que corresponden los trazos rectos, y pierde.



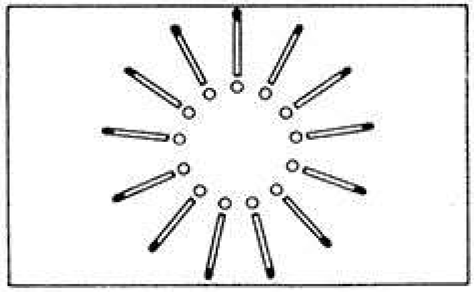
§ 143. La margarita

Para dos jugadores

Cada jugador arranca por turno un pétalo o dos pétalos adyacentes de la margarita. Gana el jugador que toma el último pétalo. El inventor de este juego fue el gran Sam Loyd.

Forma con cerillas una margarita de trece pétalos, como la que muestra el grabado. Dibuja antes en una tarjeta pequeños círculos en los puntos de los que brotarán los pétalos (las cerillas). Te servirá para saber dónde ha quedado un espacio entre los pétalos o cuáles son los pétalos adyacentes. El segundo jugador gana siempre..., si sabe cómo. Descubre la estrategia ganadora en la sección de soluciones.

Recuerda que no se pueden retirar dos pétalos si hay un espacio entre ellos. Por eso hemos recomendado marcar las posiciones de los mismos.



Solución 143

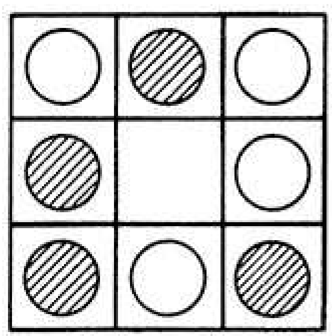
He aquí la estrategia ganadora para el segundo jugador: supongamos que el primer jugador retira un pétalo. Entonces el segundo retira dos, siempre adyacentes, pero opuestos diametralmente al que eligió el primer jugador. Si éste retira dos pétalos adyacentes, el segundo toma uno solo, también diametralmente opuesto. Ambos sistemas dejan dos grupos de cinco pétalos cada uno, colocados simétricamente entre los dos espacios. El segundo jugador se limitará ahora a conservar esa simetría, fijándose bien en los espacios.

§ 144. Sipu

Para dos jugadores

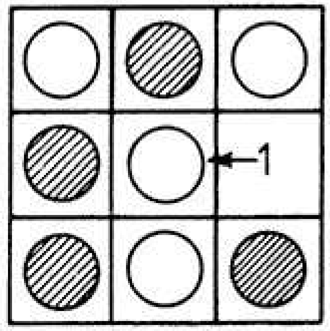
El sipu es un antiguo juego popular procedente del Sudán. Se parece al tres en raya, pero se diferencia de él en dos aspectos: no existe ninguna estrategia obvia para no perder y se pueden cambiar de sitio las X o los círculos una vez colocados, como si fueran fichas. Se juega con un tablero cuadrado, con un número impar de casillas por lado. El número impar permite que no haya casilla central. (En realidad, sipu es el nombre de un juego en que se utiliza un tablero de cinco por cinco casillas. El que se juega en un tablero de tres por tres y que describimos aquí recibe el nombre de safragat.) Se necesitan fichas o guijarros, llamados «perros», de dos colores, o bien dos tipos de monedas (de cinco y una peseta, por ejemplo). Les llamaremos respectivamente blancos y negros. Para ver cómo se juega, empezaremos con un tablero de tres por tres, para el cual necesitaremos cuatro negros y cuatro blancos.

Se juega en dos estadios: en primer lugar, se colocan las fichas; luego, mediante movimientos de éstas, se comen las fichas del contrario. El mejor modo de colocar las fichas resulta claro después de jugar unas cuantas veces. Para ver quién empieza a colocar, échalo a suertes o esconde en cada mano una moneda distinta y deja que elija tu adversario. Supongamos que empiezan las negras. Colocar las fichas por tumo: una blanca, una negra, y así sucesivamente, hasta que se llene el tablero, dejando la casilla del centro vacía. Por ejemplo, habéis cubierto el tablero como sigue:

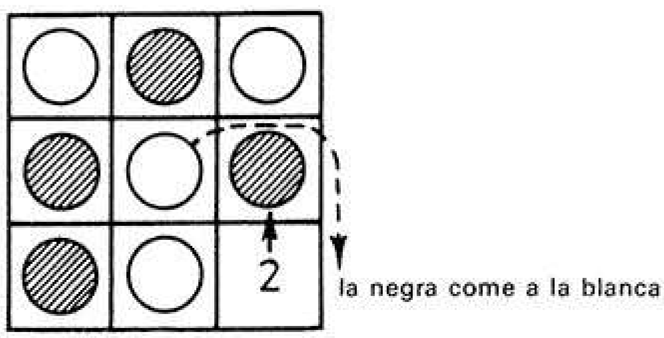


El juego está preparado para empezar a mover las fichas. Echad a suertes para ver quién mueve primero. Supongamos que le toca a las blancas. Las fichas pueden moverse hacia arriba, hacia abajo y a ambos lados, pero *no* diagonalmente. Y sólo pueden pasar a una casilla vacía.

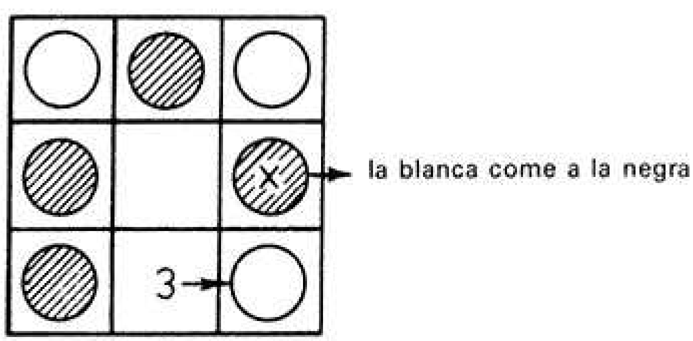
1) En nuestro ejemplo, una ficha blanca pasa a la casilla vacía del centro.



2) Ahora, una ficha negra pasa a la casilla que acaba de abandonar la blanca. Al mover, las negras han pillado a la ficha blanca en una «trampa», en la fila del medio. Y dado que la han pillado en una trampa, pueden comer la ficha blanca que ocupa la casilla central.

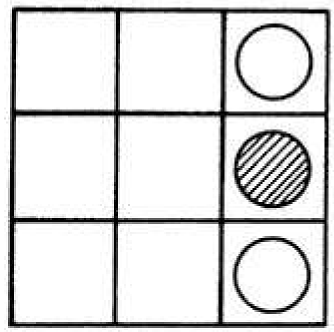


3) El próximo movimiento de las blancas crea otra trampa, que les permite comer la ficha negra marcada con una X en el grabado.

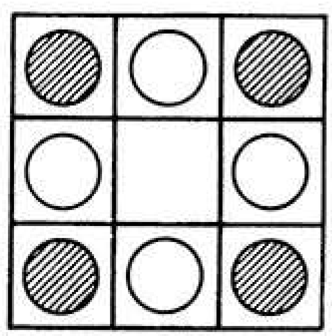


Pero supongamos que las negras se han metido por sí mismas en una trampa como ésta. En ese caso, las blancas no pueden comer ninguna ficha, puesto que no han sido ellas quienes han creado la trampa.

Gana el jugador que come más fichas al contrario.



NOTA: Fíjate en las posiciones de partida de este tablero. Las blancas pueden mover la ficha central de la fila superior, pero las negras se atraparían a sí mismas en la segunda jugada. En esta posición de partida, las negras no pueden hacer ningún movimiento. Hay que evitarla.

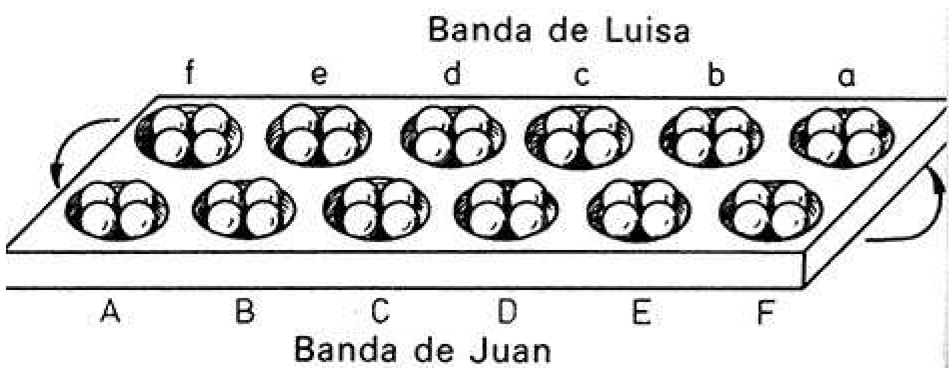


Se pueden hacer partidas más largas y más difíciles con un tablero de cinco por cinco (con doce fichas por jugador) o de siete por siete (con veinticuatro fichas por jugador). Se aplican las mismas reglas.

§ 145. Mancala

Para dos jugadores

El mancala es un antiguo juego africano que se ha puesto recientemente de moda en América y en Europa. Dos jugadores —a los que llamaremos Juan y Luisa— se sientan a ambos lados del tablero, que tiene por regla general unos treinta centímetros de largo, con seis hoyos en cada banda. (También se pueden excavar los hoyos en el suelo.) Al empezar el juego, hay en cada hoyo cuatro piedras, pelotas, cuentas o guijarros. El objetivo de un jugador consiste en capturar todas las piedras del contrario, que constituyen el botín.



El primer jugador saca todas las piedras de uno de los hoyos de su propia banda y las distribuye por orden alrededor del tablero, en sentido *contrario* a las agujas del reloj, una piedra en cada hoyo. Se juega por tumo. Para mostrar cómo se desarrolla el juego, hemos señalado los hoyos simplemente con letras. Los hoyos de Juan son: *A, B, C, D* y *F;* los de Luisa: *a, b, c, d* y *f*. Supongamos que Juan vacía el hoyo *E.* Pondría una piedra en *F,* la segunda en *a,* la tercera en *b* y la cuarta en *c.* Imaginemos que Luisa vacía entonces el hoyo *b* (en el que hay ahora cinco piedras) y las distribuye entre los hoyos *c, d, e, f* y *A.* El tablero quedará como sigue:

f	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*
5	5	5	6	0	5
5	4	4	4	0	5
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*

¿Cómo puede un jugador capturar el botín? Colocando la última piedra en el último hoyo del oponente (*F* o *f*), de manera que queden en él dos o tres piedras. Pondremos tres ejemplos para ilustrar este último punto.

1) He aquí la situación. Le toca jugar a Juan.

f	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*
1	2	2	3	1	2
0	0	0	0	0	6
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*

Juan retira las seis piedras del hoyo *F* (única jugada que le está permitida), con lo que tendremos:

f	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*
2	3	3	4	2	3
0	0	0	0	0	0
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*

La última piedra de Juan quedó en el hoyo *f* que tiene ahora dos. Las captura, al mismo tiempo que las tres de los hoyos *e* y *d.* Ahora bien, como en el hoyo *c* hay cuatro, no puede saltar éste para capturar las que hay en *b* y *a.* Ha ganado un total de ocho piedras.

2) Veamos otra posición. De nuevo le toca jugar a Juan.

f	*e*	*d*	*c*	*b*	*a*
0	2	3	0	3	1
1	0	0	0	7	8
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*

Si moviese a partir de *F*, Juan no conseguid a ningún botín, puesto que la última piedra quedaría en *B,* en su propia banda del tablero. Moviendo desde *E,* tampoco ganaría nada, ya que, si bien la última piedra quedaría en *f,* una de las condiciones para recoger el botín, no habría dos o tres piedras en este hoyo, la segunda condición.

3) Los hoyos vacíos no están necesariamente seguros. En el próximo ejemplo, casi todos los hoyos de Juan se encuentran vacíos, pero el

juego continúa.

$$\begin{array}{cccccc} f & e & d & c & b & a \\ 18 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A & B & C & D & E & F \end{array}$$

Luisa distribuye las piedras del hoyo *f*:

$$\begin{array}{cccccc} f & e & d & c & b & a \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ A & B & C & D & E & F \end{array}$$

La última piedra queda en *F.* Luisa captura todas las piedras de la banda de Juan. ¿Por qué no hay ahora piedras en *f*? ¿Por qué Luisa no puso ninguna piedra en *f*? Porque sacó doce piedras o más de ese hoyo. Cuando se sacan doce o más piedras de un hoyo, hay que saltárselo al llegar a él. Por lo tanto, la piedra número doce de Luisa pasa al hoyo siguiente. El juego termina cuando ambos jugadores convienen en que no quedan bastantes piedras para formar un botín o cuando ya no pueden hacer ninguna jugada.

§ 146. El juego de las palabras cruzadas

De dos a cinco jugadores

Dada su popularidad, lo he incluido aquí, a pesar de no ser un juego matemático. Cada jugador dispone de una cuadrícula de cinco por cinco. Una vez decidido quién va a empezar, el primer jugador dice una letra y la escribe en una de las veinticinco casillas de su cuadrícula. Cada uno de los otros jugadores anota la misma letra en una casilla cualquiera de su propia cuadrícula. El jugador siguiente anuncia otra letra —igual o no a la primera—, que los demás jugadores incluyen en sus cuadrículas. Los jugadores han de anotar cada letra antes de que se anuncie la siguiente. El objetivo consiste en formar palabras con sentido, que se lean horizontal o verticalmente. Si no logras formar una palabra, elige una letra poco útil, como la *q* o la *w,* a fin de que los demás no puedan aprovecharla. Sólo se cuentan las palabras incluidas en el diccionario fijado por los jugadores. No se admiten ni los nombres propios ni el argot, ni los tiempos de los verbos. Una vez que se han anunciado las veinticinco letras y que las cuadrículas están llenas, se calcula la puntuación.

Las palabras de dos letras puntúan 2; las de tres letras, 3; las de cuatro letras, 4, y las de cinco letras, 6 (un punto extra). Se suman los totales de las filas y las columnas para obtener el tanteo final. Gana quien tenga la puntuación más alta. Dos palabras en la misma columna no pueden compartir ninguna letra. Por ejemplo, las letras L-A-D-O-S puntúan 6, mientras que L-A puntúa 2 y D-O-S puntúa 3. Por lo tanto, en ese segundo caso, se tiene un total de 5 puntos, sin bonificación. No se pueden sumar ambas puntuaciones para obtener 11. Tampoco en la segunda fila de nuestro ejemplo se pueden contar 6 por A-R-E-A-S, 4 por R-E-A-S, 2 por R-E y 2 por A-S.

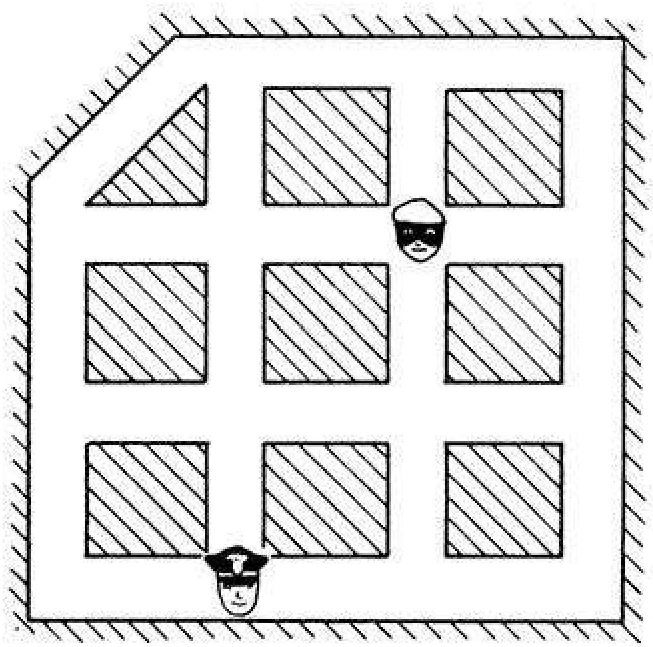
He aquí una cuadrícula completa, con sus puntuaciones y un excelente total de 40.

L	A	D	O	S	6 (lados)
A	R	E	A	S	6 (áreas)
V	I	N	O	T	4 (vino)
W	C	O	S	A	4 (cosa)
P	A	N	E	L	6 (panel)
2 (la)	4 (rica)	3 (non)	2 (se)	3 (tal)	40

§ 147. El policía y el ladrón

Para dos jugadores

En este juego, ambos jugadores utilizan el mismo tablero. Puedes jugar sobre el plano de una ciudad que incluimos aquí o preparar una versión más amplia del mismo.



Se necesitan dos monedas, una de las cuales figurará el policía y la otra el ladrón. Empieza situando las monedas como muestra el grabado. Las reglas son sencillas: comienza siempre a mover el policía. Después, se juega por turno. El movimiento abarca sólo una manzana, a la derecha o a la izquierda, arriba o abajo, es decir, de esquina a esquina de las calles. La meta consiste en que el policía capture al ladrón, lo que logra cuando lo envuelve en su movimiento. Para hacer el juego más interesante, el policía ha de atrapar al ladrón en veinte movimientos. De lo contrario, pierde.

INDICACIÓN: Sólo hay un medio de que el policía pesque al ladrón. El secreto está en la esquina superior izquierda del plano de la ciudad.

Solución 147

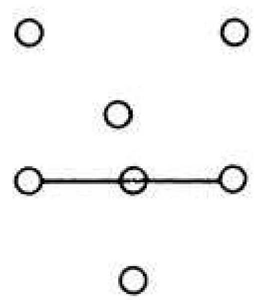
El policía tiene que rodear primero la manzana triangular situada en el ángulo superior izquierdo del plano. De este modo, le separarán del ladrón un número impar de esquinas y podrá apresarlo..., siempre que el ladrón no haya rodeado también el triángulo. Recuerda que la manzana triangular no tiene más que tres esquinas, por lo cual se puede rodear en tres jugadas.

§ 148. Los brotes

Para dos jugadores

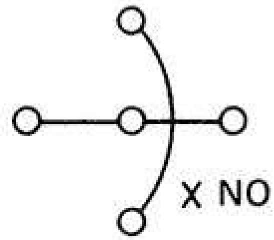
Los brotes constituyen uno de los mejores juegos con lápiz y papel entre los verdaderamente nuevos. Lo inventó en los años sesenta un matemático de Cambridge (Inglaterra). Su nombre se debe a las figuras que se forman al final. Se trata de un juego de topología, rama de las matemáticas que hemos explicado brevemente en «46 Los puentes de Kaliningrad». La topología es la geometría de las reglas no rígidas, de las líneas ondulantes y de las hojas de papel elásticas...

Veamos cómo se juega a los brotes. Empieza por marcar tres o cuatro puntos en una hoja de papel en blanco. Aquí utilizaremos únicamente tres puntos.

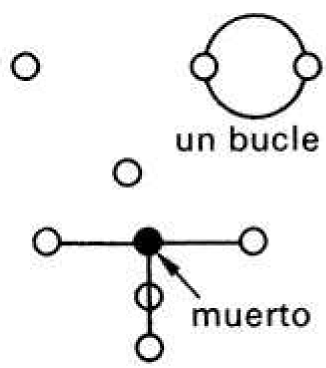


Los dos jugadores se turnan para unir los puntos con líneas, que pueden ser tan onduladas como se quiera. Está permitido también añadir un nuevo punto a lo largo de las líneas.

Las líneas no pueden cruzarse.



Se permite trazar una línea partiendo de un punto y volviendo a ese mismo punto. En ese caso, se le llama bucle y, naturalmente, hay que marcar otro punto en ella.

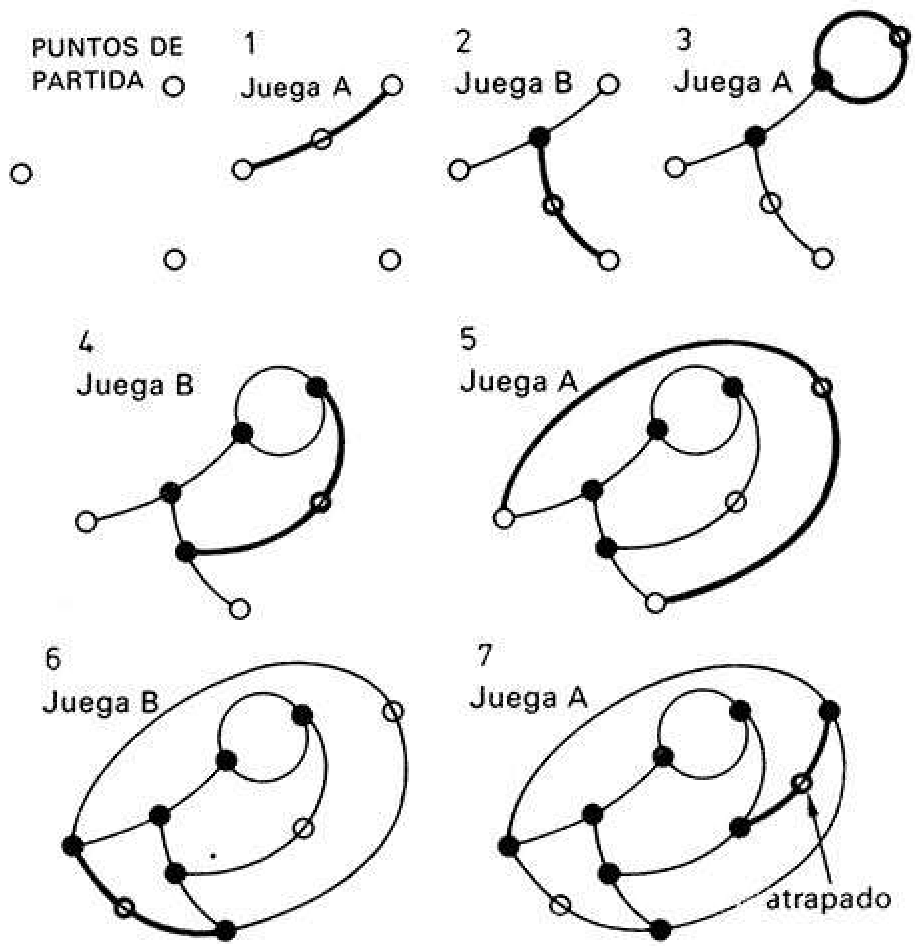


Un punto está «muerto» cuando hay tres líneas que conducen a él. Ya no se le pueden conectar más líneas. Para señalar que está muerto, márcalo con una cruz o sombréalo.

Gana el jugador que traza la última línea. Un buen sistema para ganar es encerrar los puntos «vivos» en bucles, a fin de que el contrario no pueda utilizarlos.

Los matemáticos han calculado en cuántos movimientos puede terminarse el juego. Dicho número está comprendido entre dos y tres veces el número de puntos con que se comienza. Empezando con tres puntos, bastaría entre seis y nueve jugadas; empezando con cuatro puntos, entre ocho y doce jugadas, etc. Pero nadie *ha demostrado* hasta el momento la verdad de esta afirmación.

Veamos un ejemplo del juego. El jugador A gana en siete jugadas.



§ 149. Morra

Para dos jugadores

Este antiquísimo juego con los dedos procede de Italia. Uno de los jugadores recibe el nombre de Morra. A una señal dada —una inclinación de cabeza, por ejemplo—, ambos jugadores alzan al mismo tiempo uno o dos dedos, a voluntad. Las reglas son sumarias:

Ambos jugadores muestran el mismo número de dedos: Morra gana dos monedas.

Morra muestra dos dedos y el contrario un dedo: Morra pierde una moneda.

Morra muestra un dedo y el contrario dos dedos: Morra pierde tres monedas.

Mira si puedes descubrir una estrategia para disminuir las pérdidas de Morra, incluso para que gane. Encontrarás la mejor de esas estrategias en la sección de soluciones.

Solución 149

Ganancias de Morra

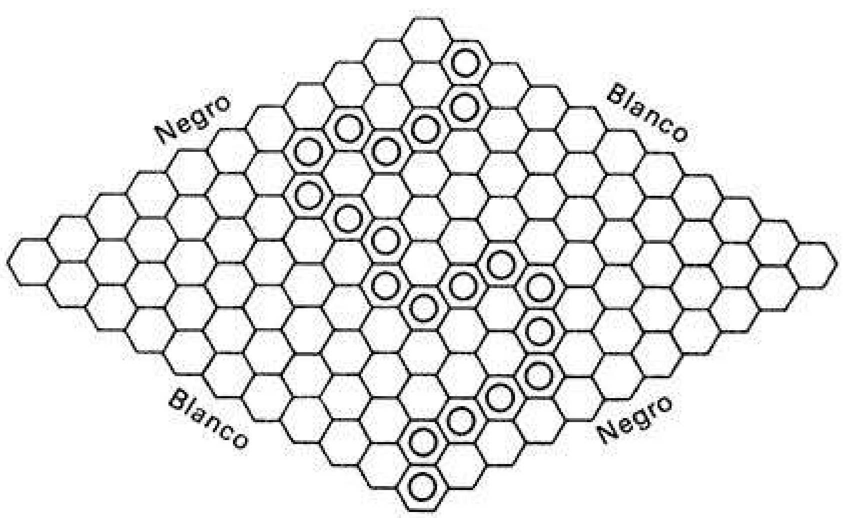
		El otro jugador alza	
		1 dedo	2 dedos
Morra alza	1 dedo	+ 2	– 3
	2 dedos	– 1	+ 2

La mejor estrategia para que Morra reduzca sus pérdidas consiste en alzar siempre un dedo. De este modo, nunca perderá más que una moneda.

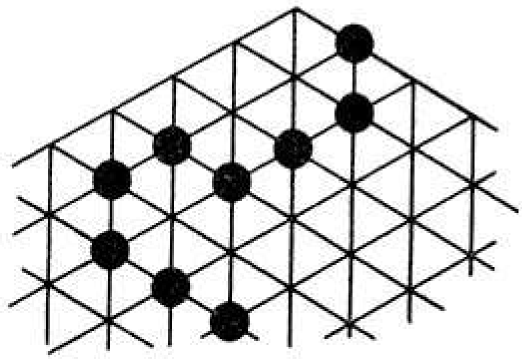
§ 150. Hex

Para dos jugadores

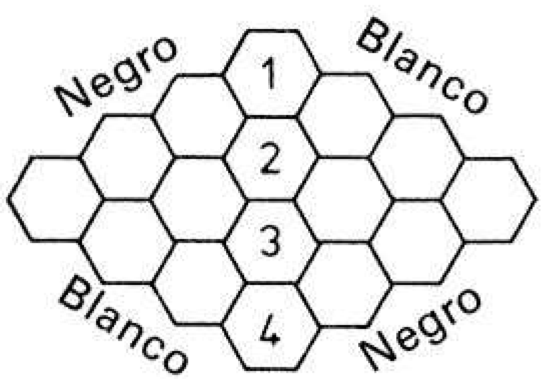
Recientemente inventado en Dinamarca, este maravilloso juego se llama también las blancas y las negras. Parece absurdamente sencillo, pero permite jugadas muy ingeniosas, o estrategias, como se las llama. Se juega en un tablero en forma de rombo, compuesto por hexágonos —de ahí su nombre— o por triángulos. El tablero tiene por regla general once hexágonos (o triángulos) de lado. Dos lados opuestos del rombo constituyen la banda de las negras; los otros dos forman la banda de las blancas. Los hexágonos de los ángulos los comparten ambos jugadores. Estos, por turno, van marcando hexágonos. Las blancas señalan sus puntos con un círculo blanco; las negras con un círculo negro. El objetivo es conectar dos lados opuestos del tablero con una línea ininterrumpida de círculos blancos o negros. (En el tablero de triángulos, dos puntos se consideran como adyacentes si hay una línea de conexión entre ellos.)



Gana el primer jugador que consiga una línea ininterrumpida. Las líneas no pueden cruzarse. Por lo tanto, no se produce nunca el empate. Los matemáticos han demostrado que el primer jugador puede ganar siempre, pero no han explicado cómo. Compra un papel especial con los hexágonos o los triángulos ya impresos. Si te preparas tú mismo el tablero, como hemos hecho aquí, dibújalo en tinta y, al jugar, marca ligeramente los círculos con lápiz, a fin de que se borren después con facilidad.



Para aprender algunas de las estrategias del hex, juega una partida sobre un tablero de dos por dos, con sólo cuatro hexágonos. Obviamente, ganará el jugador que haga el primer movimiento. En un tablero de tres por tres, el primer jugador ganará si inicia sus movimientos en el centro del tablero. Se debe a que se le ofrece una doble opción a ambos lados de esta casilla abierta, mientras que su oponente no tiene posibilidad de evitar que gane en las dos jugadas siguientes. En un tablero de cuatro por cuatro (véase el grabado), las cosas se complican. El primer jugador ganará si empieza por una de las cuatro casillas numeradas, pero será siempre derrotado si empieza por cualquier otra. En un tablero de once por once, como el que mostramos, el juego resulta demasiado complicado para analizarlo.



F I N